کد کنترل

660

A

660A

@RayanAzmoon

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ـ سال ۱۴۰۰

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح چهارشنبه

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

علوم کامپیوتر ـ (کد ۱۲۰۹)

تعداد سؤال: ۱۳۵ — مدت پاسخ‌گویی: ۲۴۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی(۱و۲)، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۳۵	۳۱	۶۵
۳	ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه	۳۰	۶۶	۹۵
۴	مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها	۲۰	۹۶	۱۱۵
۵	ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات	۲۰	۱۱۶	۱۳۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

***Directions**: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

1- The police only believed me after an eyewitness ---------- my account of the accident.
1) displayed 2) constituted 3) corroborated 4) suspected

2- The plan is to our ---------- advantage; we will all benefit greatly from it.
1) concurrent 2) mutual 3) devoted 4) involved

3- Our organization is committed to pursuing its aims through peaceful ----------. We totally reject violence as a means of political change.
1) means 2) instruments 3) devices 4) gadgets

4- All parents receive a booklet which ---------- the school's aims and objectives before their children start their first term.
1) clarifies 2) injects 3) conducts 4) notifies

5- Increasing the state pension is a ---------- aim, but I don't think the country can afford it.
1) redundant 2) diverse 3) flexible 4) laudable

6- The primary aim in sumo wrestling is to knock your ---------- right out of the ring!
1) protagonist 2) opponent 3) referee 4) beneficiary

7- The cost of the damage caused by the oil ---------- will be around $200 million.
1) spill 2) guilt 3) demerit 4) extent

8- Most of us ---------- when we hear that many children spend more time watching TV than they spend in school. It's a rather scary thought.
1) withdraw 2) retreat 3) recoil 4) regress

9- Even though he isn't enrolled right now, Calvin says he will go to college ----------.
1) creatively 2) delicately 3) sentimentally 4) eventually

10- You should avoid driving during the snowstorm because the icy roads are ----------.
1) superficial 2) frigid 3) perilous 4) cautious

PART B: Cloze Test

***Directions**: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

When it comes to visually identifying a work of art. there is no single set of values or aesthetic traits. A Baroque painting will not necessarily (11) ---------- much with a contemporary performance piece, but they are both considered art.

(12) ---------- the seemingly indefinable nature of art, there have always existed certain formal guidelines for its aesthetic judgment and analysis. Formalism is a concept in art theory (13) ---------- an artwork's artistic value is determined solely by its form, or the way (14) ----------. Formalism evaluates works on a purely visual level, (15) --------- medium and compositional elements as opposed to any reference to realism, context, or content.

11-	1) share	2) be sharing	3) have shared	4) be shared
12-	1) Although	2) Despite	3) Regardless	4) However
13-	1) that	2) that in it	3) which	4) in which
14-	1) of it made	2) made	3) how it is made	4) it is made
15-	1) are considered	2) considers	3) considering	4) and consider

PART C: Reading Comprehension

***Directions*: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.**

PASSAGE 1:

ADDRESSING

An applications program, with associated control software, resident in a node of a network sending a message to a program elsewhere in the network may or may not know in which node the destination program is resident. To be more specific, a node is able to address a message to another physical node or to a logical node, a program resident in a node somewhere in the network.

Physical addressing of a message may be to a node dedicated entirely to a specific application or it may be to a node with several applications resident. In the first case, the physical node address is sufficient; in the second case, the physical node address plus the program identification is necessary. We would expect dedicated unprogrammed nodes to exist largely in RJE situations and in laborartory/industrial data acquisition/feedback control situations. Alternatively we would expect physically addressed multiprogrammed nodes to be somewhat more general-purepose and larger, and to contain some kind of an operating system that receives the message and routes it to the proper program within its control. Note the resemblance of the operating system performing this messag-routing function to the switch in a switched network. The time-intrleaved (multiplexed) programs of the multiprogrammed network node are equivalent to nodes with the operating system serving the function of a message switcher (in addition to its other functions).

Logical or virtual addressing of a message is always to a program presumed to be resident in some node (unknown to the sender) of the network. If the destination process is resident in a multiprogrammed node, that node has a physical address and N logical addresses (where N is the extent of multiprogramming). If the destination program (process) occupies a dedicated uniprogrammed node, that node has only two identifiers, a logical address (N=1) and a physical address.

In the network case without a branch (both switched and not switched), each physical node must be able to recognize logical message identifiers as its own and accept the associated message. Although the implied nodal intelligence is somewhat higher, this requirement is not extreme, and a workable system employing logical and/or physical message addressing in a multidrop line or loop network is practical. The Distributed Computer System of the University of California at Irvine does allow logical process addressing.

In the branched-network case, including all hierarchical network, it is necessary (to avoid line congestion due to message broadcasting over all lines) for the switch to be able to determine the proper physical route for the message. Since this requires a prior knowledge of the physical address, the switch must contain a current mapping of logical-to-physical addresses or restrict the network to physical addressing. In essence, logical addressing in branched and hierarchical networks implies a network manager and greatly increases the control complexity of the network. Nevertheless, it is anticipated that some form of a network or subnetwork manager will be employed in many instances, even in the absence of logical (virtual) message addressing.

16- Physical addressing of a message ----------.
1) cannot be made without program identification
2) always requires the physical node address
3) can only be made to a node with a single application
4) can only be made to a node containing several programs

17- In logical or virtual addressing of a message to a program, ----------.
1) the sender only needs a virtual address
2) the program is always associated with a logical address
3) the sender has no need for program identification
4) the sender must always know the location of the node in which the program resides

18- An application program ---------- of the destination program receiving a message.
1) may not know the location
2) must always know the location
3) never needs to know the location
4) can be associated with control softwares

19- Mark the choice giving the word closest in meaning to the underlined word "identifiers" in paragraph 4.
1) developers 2) endeavors 3) recognizers 4) procedures

20- A network manager ----------.
1) complicates the control process
2) removes the need for logical addressing
3) enforces the use of logical addressing
4) may be used, regardless of logical addressing

PASSAGE 2:

PRACTICAL DIFFERENCES BETWEEN SPLINES AND CUBIC HERMITES

Given a specific data set to interpolate, a few general guidelines can be suggested for deciding between these two similar pricewise polynomial interpolations. Of course, if

smoothness of the second derivative is required then splines are selected, but usually this is not demanded explicitly. For "nice" data sets there is little qualitative difference between the two interpolants. But it is sometimes possible to notice that the cubic Hermite is less smooth. To obtain a spline we must solve a system of equations for the coefficients. This is fast as mentioned above, but the system must be set up and the time and effort required should be considered. An Hermite cubic interpolant is also defined by coefficients, but these are obtained without solving a linear system. Usually though, the choice between spline or Hermite cubic interpolation does not depend upon the amount of work to compute the d_i. This is because in practical problems the resulting piecewise cubic is evaluated at many points and this is the most significant part of the total work. Of course, the evaluation time is exactly the same for a spline as for an Hermite cubic. If the derivatives of the interpolant or model are known then these may be easily incorporated into the Hermite cubic but not easily into the spline, unless the derivatives occur at the endpoints. If the derivatives are not known then various estimates of them can be computed and used; effort is required here too.

As we have seen, every spline is underdetermined by the requirements of interpolation; extra information must be supplied. All too often programs for spline interpolation do not allow the user to supply this and one may be led to believe that it is not necessary. Rather, the code has built in specific assumptions; a natural spline is the easiest choice, but others are possible too. For example, a program may estimate first derivatives at the two ends from the data and use these for d_1 and d_n. When not required to give any extra conditions, the user should be alert to study the program documentation to discover wich defaults are being used.

21- A Hermite cubic interplant ----------.

1) is often smoother than a spline
2) cannot incorporate second derivative information
3) can easily accommodate a model with known derivatives
4) requires excessive computing effort to be constructed

22- In general, it is expected ----------.

1) an Hermite cubic interplant to be discontinuous
2) an Hermite cubic interpolant to be smoother than a spline
3) a spline to be smoother than an Hermite cubic interplant
4) to have more computing effort for construction of an Hermite cubic interpolant than a spline

23- A spline ----------.

1) is always preferred to an Hermite cubic interpolant
2) is not chosen when derivatives at the endpoints are to be set
3) is not preferred because its construction requires a system of equations to be solved
4) is the choice as an interpolant when second derivatives are to be smooth

24- The extra information for construction of a spline ----------.

1) is the deciding choice for the type of the intended spline
2) is always decided by the construction program
3) is used as the first derivative estimates at the endpoints
4) is always set to yield a natural spline

@RayanAzmoon

25- Choose and mark the choice being closest in meaning to the underlined words "piecewise cubic" in the first paragraph.

1) a natural spline
2) an Hermite cubic interpolant
3) an overall polynomial of degree 3
4) a polynomial of degree 3 in every segment

PASSAGE 3:

Structure, Sparsity, and Black Boxes

Of course, it is not at all obvious that the $O(m^3)$ bottleneck can be beaten, and indeed, for "random" matrix problems, very likely it cannot. However, the large matrix problems that arise in practice are far from random, and there is a simple reason for this. Small matrices, say with dimension 3 or 30, may arise directly with more or less arbitrary entries in scientific problems—as representations of the relations between three forces in a structure, perhaps, or between thirty species in a chemical reaction. Large matrices, by contrast, usually arise indirectly in the discretization of differential or integral equations. One might say that if m is very large, it is probably an approximation to ∞. It follows that most large matrices of computational interest are simpler than their vast numbers of individual entries might suggest. They have some kind of structure, and as the years have gone by, ways have been found to exploit this structure in more and more contexts.

The most obvious structure that a large matrix may have is *sparsity*, i.e., preponderance of zero entries. (The opposite of sparse is *dense*.) For example, a finite difference discretization of a partial differential equation may leach to a matrix of dimension $m=10^5$ with only v=10 nonzero entries per row. This kind of structure is readily exploited by the iterative methods we shall discuss, for these algorithms use a matrix in the form of a black box:



The iterative algorithm requires nothing more than the ability to determine Ax for any x, which in a computer program will be effected by a procedure whose internal workings need be of no concern to the designer of the iterative algorithm. (Some iterative algorithms also require the computation of A*x.) For the example of a sparse matrix A, it is easy to design a procedure to compute Ax in only O(vm) rather than $O(m^2)$ operations. This is in marked contrast to the algorithms of direct linear algebra, such as Gaussian or Householder triangularization, which explicitly manipulate matrix entries so as to introduce zeros, but in the process generally destroy sparsity.

26- An iterative approach, making use of ----------.

1) density of a matrix, can be efficient
2) sparsity of a matrix, can be efficient
3) finite differences, turns to be inefficient
4) random vectors, appears to be unreliable

27- **A structure in a matrix ----------.**
1) turns the matrix to be dense
2) has complicated the manipulations of matrix entries
3) eliminates the sparsity patterns within the matrix
4) can be taken advantage of to produce efficient manipulations of the entries of the matrix

28- **To compute Ax, when A is sparse, an O(vm) algorithm ----------.**
1) is more efficient than an $O(m^2)$ algorithm
2) is less efficient than an $O(m^2)$ algorithm
3) is as efficient as an $O(m^2)$ algorithm
4) does not make use of sparsity in A

29- **The $O(m^3)$ bottleneck ----------.**
1) is no longer observed for matrix problems
2) can most likely be improved for large matrix problems
3) cannot probably improved for random matrix problems
4) cannot be improved upon even for large sparse matrix problems

30- **Choose and mark the choice having closest meaning to the underlined word "preponderance" in the second paragraph ----------.**
1) predominance 2) predetermined 3) diversity 4) scarsity

دروس پایه (ریاضی عمومی(۱و۲)، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

۳۱- تابع $g(x)=\begin{cases} f(x)e^x & x\le 0 \\ 3x^2-4x+7 & x>0 \end{cases}$ دارای مشتق مرتبهٔ دوم پیوسته است. حاصل $\frac{f''(0)}{f(0)}$، کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۳۲- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n(x+1)^n$ با شرط $\alpha_n=\sum_{k=0}^{n}2^{n-k}(3k^2+k-1)$، کدام است؟

۱) ۲
۲) $\frac{3}{2}$
۳) ۱
۴) $\frac{1}{2}$

@RayanAzmoon

۳۳- اگر متغیرهای x و y با رابطهٔ $x = \int_{0}^{y} \frac{dt}{\sqrt{a^2 + b^2 t^2}}$ به‌ازای مقادیر ثابت و مخالف صفر a و b به یکدیگر وابسته باشند، حاصل $\frac{y''(x)}{y(x)}$ ، کدام است؟

۱) a

۲) b

۳) a^2

۴) b^2

۳۴- اگر $\int_{a}^{b} (2 + x - x^2)dx$ ماکزیمم باشد، مقدار $b - a$، کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۳۵- مقدار انتگرال $\int_{0}^{\pi} \frac{\sin\frac{5}{2}x}{\sin\frac{x}{2}} dx$ ، کدام است؟

۱) π

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) $\frac{\pi}{3}$

۴) ۰

۳۶- مساحت جسمی که از دوران یک حلقه از منحنی $9x^2 = y(3-y)^2$ حول محور yها حاصل می شود، کدام است؟

۱) 4π

۲) 3π

۳) 2π

۴) $\frac{3\pi}{2}$

۳۷- اگر f یک تابع انتگرال‌پذیر و $\int_{0}^{1} f(z)dz = 1$ باشد، حاصل $\iint_{D} f(\frac{y}{x})dxdy$ با فرض $D = \{(x,y) | 0 < y \le x, 0 < x \le 1\}$، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۱

۳) $\frac{1}{2}$

۴) ۰

۳۸- اگر $g(x)=\int_{0}^{x}\int_{1}^{\sin t}\sqrt{1+u^2}\,du\,dt$ باشد، $g''(\pi)$، کدام است؟

۱) π

۲) ۱

۳) -1

۴) $-\pi$

۳۹- جرم کل چهاروجهی واقع در یک‌هشتم اول فضا و محدود به صفحهٔ $x+y+z=1$ و صفحات مختصات با تابع چگالی $\rho(x,y,z)=x+y+z$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) ۴

۴) ۸

۴۰- فرض کنید C منحنی حاصل از برخورد صفحهٔ $x+y=2$ و کرهٔ $x^2+y^2+z^2=2(x+y)$ به گونه‌ای باشد که اگر از مبدأ مختصات دیده شود، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود. حاصل $\int_{C} ydx+zdy+xdz$، کدام است؟

۱) $2\sqrt{2}\pi$

۲) $\sqrt{2}\pi$

۳) $-\sqrt{2}\pi$

۴) $-2\sqrt{2}\pi$

۴۱ فرض کنید $f:X\to Y$ تابع باشد و $A\subseteq X$ و $B\subseteq Y$، کدام گزینه درست است؟

۱) $f\left(A\cup f^{-1}(B)\right)=f(A)\cup B$

۲) $f^{-1}\left(f(A)\cap B\right)=A\cap f^{-1}(B)$

۳) $f\left(A\cap f^{-1}(B)\right)=f(A)\cap B$

۴) $f^{-1}\left(f(A)\cup B\right)=A\cup f^{-1}(B)$

۴۲- فرض کنید S، R و T رابطه هایی دوتایی در مجموعه ناتهی A هستند. کدام گزینه درست است؟

۱) $(R\cup S)\circ T=(R\circ T)\cup(S\circ T)$

۲) $T\circ(R-S)=(T\circ R)-(T\circ S)$

۳) $T\circ(R\cap S)=(T\circ R)\cap(T\circ S)$

۴) $(R-S)\circ T=R\circ T-S\circ T$

۴۳- فرض کنید $f:X\to Y$ یک تابع با خاصیت زیر باشد:

$$\forall A,B\subseteq X\left(A\cap B=\varnothing\Rightarrow f(A)\cap f(B)=\varnothing\right)$$

کدام گزینه درست است؟

۱) تابع f پوشا است ولی لزوماً یک‌به‌یک نیست.

۲) تابع f لزوماً یک‌به‌یک و پوشا نیست.

۳) تابع f یک‌به‌یک و پوشا است.

۴) تابع f یک‌به‌یک است ولی لزوماً پوشا نیست.

۴۴- نقیض گزارهٔ زیر کدام است؟

«مجموعه A عضوی دارد که با هیچ عضو مجموعه B برابر نیست.»

۱) $\forall x\big(x \in A \wedge \exists y\big(y \in B \wedge x = y\big)\big)$

۲) $\forall x\big(x \in A \Rightarrow \exists y\big(y \in B \wedge x = y\big)\big)$

۳) $\forall x\big(x \in A \Rightarrow \forall y\big(y \in B \Rightarrow x = y\big)\big)$

۴) $\forall x\big(x \in A \Rightarrow \exists y\big(y \in B \Rightarrow x = y\big)\big)$

۴۵- فرض کنید R رابطه‌ای روی مجموعهٔ ناتهی X باشد به‌گونه‌ای که $R \cup R^{-1} = X^2$. سه خاصیت انعکاسی، تقارنی و تعدی را درنظر می‌گیریم. رابطهٔ R ضرورتاً چند تا از این خاصیت‌ها را دارد؟

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۰

۴۶- فرض کنیم A یک ماتریس ۲×۲ حقیقی باشد به‌طوری‌که دارای دو مقدار ویژه ۴ و ۲− است. در این‌صورت A^3 برابر است با:

۱) $12A + 16I$

۲) $4A + 16I$

۳) $-12A - 16I$

۴) $-4A - 16I$

۴۷- چند ماتریس $A \in M_2(\mathbb{R})$ در رابطه $3A - 2A^t = tr(A)I_2$ صدق می‌کند؟ (در اینجا A^t ماتریس ترانهاده A است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) نامتناهی

۴۸- فضای تمام ماتریس‌های $n \times n$ با درایه‌های از میدان F را با $M_n(F)$ نشان می‌دهیم. فرض کنید $M \in M_n(F)$ یک ماتریس بلوکی به فرم $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ باشد که در آن، $A \in M_r(F)$، $D \in M_{n-r}(F)$ و $r < n$ و $r \geq 2$. اگر A وارون‌پذیر باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد رتبه ماتریس‌ها صحیح است؟

۱) اگر $C \neq 0$ و $B \neq 0$، آنگاه $\operatorname{rank}[A \;\; B] > r$ و $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} > r$.

۲) $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = r$ و اگر $B \neq 0$، آنگاه $\operatorname{rank}[A \;\; B] > r$.

۳) $\operatorname{rank}[A \;\; B] = r$ و اگر $C \neq 0$، آنگاه $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} > r$.

۴) $\operatorname{rank}[A \;\; B] = \operatorname{rank}\begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = r$.

۴۹- فرض کنید P_3 فضای تمام چندجمله‌ای‌های حداکثر از درجه ۳ با ضرایب حقیقی باشد و قرار دهید $W_1 = \{f(x) \in P_3 \mid f'(-1) = 0\}$ و $W_2 = \{f(x) \in P_3 \mid f''(1) = 0\}$. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\dim W_1 = \dim W_2 = 3$ و $W_1 + W_2 \neq P_3$

۲) $\dim W_2 = 3$ و $\dim W_1 = 2$ و $W_1 + W_2 = P_3$

۳) $\dim W_1 = \dim W_2 = 3$ و $W_1 + W_2 = P_3$

۴) $\dim W_2 = 3$ و $\dim W_1 = 2$ و $W_1 + W_2 \neq P_3$

۵۰- فرض کنید V یک فضای برداری با بعد ۷ روی میدان F باشد. اگر $T : V \to V$ یک تبدیل خطی با شرط $T^5 = 0$ و $T^4 \neq 0$، آنگاه کدام گزینه در مورد رتبه و پوچی T صحیح است؟

۱) رتبه $T \geq 5$ و پوچی $T \geq 2$.

۲) رتبه $T \geq 4$ و پوچی $T \leq 3$.

۳) رتبه $T \leq 4$ و پوچی $T \geq 3$.

۴) رتبه $T \leq 5$ و پوچی $T \geq 2$.

۵۱- چند جمله‌ای $P(x) = x^4 + 2x^3 - 5$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱) فقط یک ریشه ۲) فقط دو ریشهٔ متمایز ۳) چهار ریشه ۴) ریشهٔ حقیقی ندارد.

۵۲- کدام گزینه نادرست است؟

۱) تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ موجود است که تنها در یک نقطهٔ مشتق‌پذیر است.

۲) اگر تابع $f : (0,1) \to \mathbb{R}$ دارای مشتق کراندار باشد، دنباله $\{f(\frac{1}{n})\}$ همگرا است.

۳) تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ موجود است که تنها در اعداد اصم پیوسته است.

۴) تابع مشتق‌پذیر $f : [0,7] \to \mathbb{R}$ موجود است که $f'(x) = \lfloor x \rfloor (0 \leq x \leq 7)$.

۵۳ فرض کنید x گویا $f(x) = \begin{cases} x^3 & \\ 0 & x \text{ اصم} \end{cases}$ و $a = \int_0^{-1} f(x)dx$ و $b = \int_{-0}^{1} f(x)dx$ به‌ترتیب انتگرال ریمان بالایی و پایینی f باشند. کدام گزینه درست است؟

۱) $a = b = 0$

۲) $a = b = \frac{1}{4}$

۳) $a = \frac{1}{4}$ ، $b = 0$

۴) $a = \frac{1}{4}$ ، $b = \frac{1}{5}$

۵۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱) مجموع هر دو تابع پیوسته یکنواخت، پیوسته یکنواخت است.

۲) حاصل ضرب هر دو تابع پیوسته یکنواخت، پیوسته یکنواخت است.

۳) اگر $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ مشتق کراندار داشته باشد، پیوسته یکنواخت است.

۴) اگر f در بازهٔ $[a,b]$ انتگرال‌پذیر ریمان باشد، آنگاه تابع $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ بر بازهٔ $[a,b]$ پیوسته یکنواخت است.

۵۵ شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)^{n+2}\left(\frac{x-3}{2}\right)^{n(n+1)}$ ، برابر است با:

۱) ۰

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ∞

۴) ۲

۵۶ در یک سیستم ممیز شناور نرمال‌شده با روش بریدن برای نمایش عدد حقیقی با ۳ رقم مانیتس در مبنای ۱۰ به‌صورت $\pm 0/d_1d_2d_3\times 10^e$, $-9\le e\le 9$ تعداد اعداد قابل نمایش و روند عدد یک به‌ترتیب برابرند با ..... .

۱) ۳۴۲۰۱ و ۰/۰۱

۲) ۳۴۲۰۰ و ۰/۰۱

۳) ۳۴۲۰۱ و ۰/۰۰۵

۴) ۳۴۲۰۰ و ۰/۰۰۵

۵۷- برای محاسبه جواب دستگاه $Ax=b$ ، $\bar{x}$ جواب محاسبه‌شده در شرط $\|\Delta x\|\le k(A)*10^{-7}\|\bar{x}\|$ صدق می‌کند، که در آن، $k(A)=10^3$ ، عدد حالت A، و Δx تخمینی برای خطای مربوط به $\bar{x}$ است. دراین‌صورت، تعداد ارقام قابل اعتماد در $\bar{x}$ تقریباً برابر است با ....

۱) ۳

۲) ۵

۳) ۷

۴) ۸

۵۸- به‌ازای تابع $f(x)=x^p$ ، مقدار $f[x_0,\ldots,x_n]$ برابر است با .... .

۱) صفر، اگر $n=p$ ۲) یک، اگر $n<p$ ۳) صفر، اگر $n=p+1$ ۴) یک، اگر $n>p$

۵۹- رابطه تکراری $x_{n+1}=x_n(2-ax_n)$ درصورت همگرایی به یک عدد ناصفر، با نرخ همگرایی مجانبی ..... همگرا می‌شود.

۱) خطی به $\frac{1}{a}$ ۲) مرتبه دوم به $\frac{1}{a}$ ۳) خطی به $\sqrt{a}$ ۴) مرتبه دوم به $\sqrt{a}$

۶۰- اگر روش ذوزنقه‌ای برای تخمین انتگرال به‌صورت $I=\int_a^b f(x)dx\approx I_A=\frac{(b-a)}{2}[f(a)+f(b)]$ را به‌صورت مرکب روی دو زیر بازهٔ $\left[a,\frac{a+b}{2}\right]$ و $\left[\frac{a+b}{2},b\right]$ درنظر بگیریم، آن‌گاه تخمین به‌دست آمده برابر است با ....

۱) $\left(\frac{b-a}{2}\right)\left[\frac{f(a)+f(b)}{2}+f\left(\frac{a+b}{2}\right)\right]$

۲) $\left(\frac{b-a}{4}\right)\left[f(a)+f\left(\frac{a+b}{2}\right)+f(b)\right]$

۳) $\left(\frac{b-a}{2}\right)\left[f(a)+f(b)+2f\left(\frac{a+b}{2}\right)\right]$

۴) $\left(\frac{b-a}{4}\right)\left[2f(a)+f\left(\frac{a+b}{2}\right)+2f(b)\right]$

۶۱- به چند طریق می‌توان ۲۰ ورزشکار را به ۵ گروه دونفره و ۲ گروه پنج نفره تقسیم نمود؟

۱) $\frac{۲۰!}{(۲!)^۴(۵!)}$ ۲) $\frac{۲۰!}{(۲!)^۶(۵!)^۳}$

۳) $\frac{۲۰!}{(۲!)^۵(۵!)^۲}$ ۴) $\frac{۲۰!}{(۲!)^۵(۵!)^۲ ۷!}$

۶۲- اگر جمع میانگین و میانه یک نمونه تصادفی ۱۲تایی برابر ۲۲ و بزرگ‌ترین یافته نمونه برابر ۱۷ باشد، جمع میانگین و میانه وقتی که بزرگ‌ترین یافته نمونه با ۲۳ جایگزین شود، کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۳

۳) ۲۳٫۵ ۴) ۲۲٫۵

۶۳- فرض کنید $A_۱,\dots,A_n$ پیشامدهای مستقلی باشند به‌طوری که برای هر $i=۱,\dots,n$ داشته باشیم $P(A_i)=\frac{۱}{i+۱}$. احتمال اینکه حداقل یکی از A_i ها رخ دهد، کدام است؟

۱) $\frac{n}{n+۱}$ ۲) $\frac{۱}{n+۱}$

۳) $\frac{n-۱}{n}$ ۴) $\frac{۱}{n}$

۶۴- از مجموعه $\{۱,۲,۳,\dots,۱۰\}$ تعداد ۶ عدد را به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه کوچکترین عدد انتخابی از ۴ بزرگتر باشد، کدام است؟

۱) $(\frac{۳}{۵})^۶$ ۲) $(\frac{۱}{۱۰})^۶$

۳) $\frac{۱}{۲۱۰}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۶۵ فرض کنید $B_۱,B_۲,\dots,B_n$ پیشامدهای مستقل روی یک فضای نمونه‌ای باشند که $P(B_i)=\frac{۱}{i+۱}$ برای $i=۱,۲,\dots,n$ است. احتمال اینکه دقیقاً یکی از این پیشامدها رخ دهد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{n+۱}\sum_{i=۱}^{n}\frac{۱}{i}$

۲) $\frac{n}{n+۱}$

۳) $\frac{۱}{n+۱}$

۴) $\frac{۱}{n+۱}\sum_{i=۱}^{n}\frac{۱}{i+۱}$

@RayanAzmoon

ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه:

۶۶ کدام گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) برای هر تابع $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ داریم $f=O(3f)$.

(ب) برای هر دو تابع $g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ و f داریم $f=O(f+g)$.

۱) فقط (الف) ۲) فقط (ب) ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۶۷- پس از اجرای قطعه کد زیر، k از چه مرتبه‌ای است؟

```
k = ۰
for(i = ۰; i < n; i = i + ۱)
    for(j = ۱; j < n; j = j + i)
        k = k + ۱
```

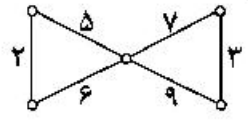
۱) n ۲) $n\lg n$ ۳) $n^۲$ ۴) $n^۲\lg n$

۶۸ پس از اجرای قطعه که زیر، k از چه مرتبه‌ای است؟

```
k = ۰
for(i = ۱; i < n; i++)
    for(j = ۱; j < i; j = j++)
        k = k + i + j
```

۱) n ۲) $n^۲$ ۳) $n^۳$ ۴) $n^۴$

۶۹- با اجرای الگوریتم کروسکال روی گراف زیر، وزن آخرین یال انتخاب شونده چند است؟



۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۲

۷۰- در جستجوی DFS بر روی یک گراف جهت‌دار بدون دور، در مورد هر رأس v، در پشته (Stack) چند بار رأس‌های دیگر بلافاصله روی رأس v قرار می‌گیرند؟

۱) یک ۲) درجه ورودی v

۳) درجه خروجی v ۴) مجموع درجه ورودی و خروجی v

۷۱ با مرتب‌سازی حبابی داده‌های مقابل را از بالا به پایین صعودی می‌کنیم. چند بار جابه‌جایی دو عنصر انجام می‌شود؟

۴
۲
۳
۱

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱

۷۲- مرتبه زمانی الگوریتم های مرتب‌سازی حبابی روی یک آرایه تصادفی و مرتب‌سازی انتخابی روی یک آرایه تصادفی به‌ترتیب از راست به چپ برابر است با:

۱) $n^۲$ و $n\lg n$ ۲) $n^۲$ و $n^۲$

۳) $n\lg n$ و $n\lg n$ ۴) $n\lg n$ و $n^۲$

۷۳- چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) زمان درج یک عنصر در یک لیست پیوندی مرتب $\theta(\lg n)$ است.

ب) زمان درج یک عنصر در یک آرایه نامرتب $\theta(1)$ است.

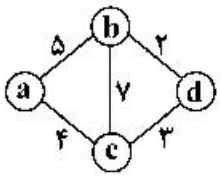
ج) زمان درج یک عنصر در یک درخت کمینه (یا درخت بیشینه) $\theta(\lg n)$ است.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷۴ n عدد طبیعی $a_1, a_2, ..., a_n$ داده شده است. در جستجوی دو عدد مانند a_i و a_j هستیم که $a_i = 2a_j$ بهترین زمان متوسط برای این مسأله از چه مرتبه‌ای است؟ (استفاده از درهم‌سازی)

۱) ۱ ۲) n ۳) $n\lg n$ ۴) n^2

۷۵- هنگام اجرای الگوریتم دایکسترا روی گراف مقابل و با فراخوانی از رأس a یک درخت فراگیر مانند T ایجاد می‌شود. فاصله b از c در T چند است؟



۱) ۵

۲) ۷

۳) ۹

۴) $+\infty$

۷۶- زمان متوسط و زمان بدترین حالت برای Quick Sort به‌ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه‌هایی است؟

۱) $n^2, n\lg n$

۲) $n\lg n.n^2$

۳) $n\lg n, n\lg n$

۴) n^2, n^2

۷۷ برای تعیین این که یک گراف جهت‌دار با n رأس دارای دور جهت‌دار است یا نه، حداقل چند بار باید حلقه اصلی الگوریتم بلمن ـ فورد را اجرا کرد؟

۱) $n-1$

۲) $2n$

۳) $n+1$

۴) n

۷۸- کدام مسأله دارای الگوریتم حل و تقسیم (با زمان چندجمله‌ای) نیست؟

۱) طولانی‌ترین مسیر گراف ۲) مرتب‌سازی اعداد

۳) ضرب اعداد ۴) ضرب ماتریس‌ها

۷۹- کدام‌یک از مسائل زیر دارای الگوریتم پویا (dynamic) (با زمان چندجمله‌ای) است؟

(الف) یافتن فاصله هر دو رأس در یک گراف وزن‌دار جهت‌دار

(ب) یافتن طولانی‌ترین زیردنباله مشترک دو رشته

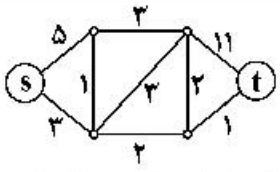
۱) فقط (الف) ۲) فقط (ب) ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۸۰ در پیاده‌سازی کدام موارد به‌ترتیب از راست به چپ از صف و پشته (Stack) استفاده می‌شود؟

۱) BFS و DFS ۲) DFS و BFS

۳) hashing و heap ۴) heap و hashing

۸۱- جریان بیشینه از s به t در شبکه مقابل چند است؟



۱) ۸ ۲) ۱۱

۳) ۱ ۴) ۷

۸۲- چند تا از مسائل زیر روی گراف‌های وزن‌دار و همبند، عضو کلاس **P** است؟ (مسائل دارای زمان چندجمله‌ای)

I) فاصله دو رأس خاص

II) فاصله هر دو رأس

III) سبک‌ترین زیردرخت فراگیر

۱) ۰ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۸۳- کدام گزاره (گزاره‌ها) درست است؟

الف) اگر در الگوریتم فورد ـ فالکرسون مسیرهای افزایشی را به دل‌خواه انتخاب کنیم ونیز ظرفیت همه یال‌های شبکه عدد طبیعی باشد، حتماً الگوریتم پس از متناهی گام متوقف می‌شود. (به پایان می‌رسد)

ب) مسأله کوله‌پشتی ۰,۱ دارای الگوریتم حریصانه با زمان چندجمله‌ای است.

۱) فقط (الف) ۲) فقط (ب)

۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۸۴- کدام گزینه درست است؟

۱) $NP \bigcap P = \emptyset$

۲) $NP \bigcup P = \Sigma^*$

۳) $P \subseteq NP - Complete \Rightarrow NP = P$

۴) $NP - Complete \subseteq P \Rightarrow NP = P$

۸۵- فرض کنید در یک مسئله عدد α_{ij} به‌ازای هر i و j که $1 \le i \le j \le n$ تعریف شده است همچنین داریم:

$$(\forall i)\ \alpha_{ii} = 1$$

$$(\forall i < j)\ \alpha_{ij} = \min_{i \le k \le j} \{\alpha_{ik} + \alpha_{kj} + f(i,j,k)\}$$

که در آن f یک تابع است که برای هر i و j و k در زمان $O(1)$ قابل محاسبه است. در این صورت α_{1n} در چه زمانی محاسبه می‌شود و الگوریتم محاسبه آن از چه نوعی است؟

۱) $\theta(n^3)$ ـ دینامیکی ۲) $\theta(n^2)$ ـ دینامیکی

۳) $\theta(n^2)$ ـ حل و تقسیم ۴) $\theta(n^3)$ ـ حل و تقسیم

۸۶- فرض کنید:

$$L_1 = \{0^{2n} 1^n \mid n \ge 0\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k\}$$

کدام گزینه در مورد این دو زبان درست است؟

۱) L_1 و L_2 هیچ‌کدام منظم نیستند. ۲) L_1 منظم است ولی L_2 منظم نیست.

۳) L_2 منظم است ولی L_1 منظم نیست. ۴) L_1 و L_2 هر دو منظم هستند.

۸۷- موارد زیر را در نظر بگیرید:

I) کلاس زبان‌هایی که توسط NFA ها تشخیص داده می‌شوند تحت مکمل بسته‌اند.

II) فرض کنیم D یک DFA باشد و $C = L(D)$. در این صورت یک DFA دیگر مانند $\overline{D}$ وجود دارد که زبان $\overline{L(D)}$ را تشخیص می‌دهد.

III) فرض کنیم M یک NFA باشد که زبان C را تشخیص می‌دهد. هرگاه حالت‌های پذیرش و غیرپذیرش را در M به یکدیگر تبدیل کنیم به یک NFA می‌رسیم که زبان $\overline{C}$ را تشخیص می‌دهد.

چند مورد از گزاره‌های فوق درست هستند؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۸۸ گرامر G با قوانین زیر را در نظر بگیرید که در آن S متغیر شروع است:

$$S \to 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1 \mid 0$$

کدام رشته در زبان این گرامر قرار ندارد؟

۱) 010101111

۲) 101010101

۳) 1100110110011

۴) 1011110001000

۸۹- فرض کنید:

$$L_1 = \left\{a^n w w^R a^n : n \geq 0 , w \in \{0,1\}^*\right\}$$

$$L_2 = \{a^n b^j a^n b^j : n, j \geq 0\}$$

کدام‌یک در مورد این دو زبان درست است؟

۱) L_1 و L_2 هر دو مستقل از متن هستند.

۲) L_2 مستقل از متن است ولی L_1 مستقل از متن نیست.

۳) L_1 و L_2 هیچ کدام مستقل از متن نیستند.

۴) L_1 مستقل از متن است ولی L_2 مستقل از متن نیست.

۹۰- فرض کنیم M یک DFA برای زبان زیر باشد:

$L = \{w \in \{a,b\}^* :$ w با b شروع می‌شود با b تمام می‌شود و تعداد فردی a دارد$\}$

M حداقل چند حالت دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۵ ۴) ۶

۹۱- فرض کنیم L زبان عبارت منظم زیر باشد:

$$R = (0+1)^* 0 \left((0+1)(0+1)(0+1)\right)^* 0 (0+1)^*$$

به‌ازای کدام مقدار برای x عبارت $w = 010 1111 \times 0$ در L قرار می‌گیرد؟

۱) فقط ۰ ۲) هر دوی ۰ و ۱ ۳) فقط ۱ ۴) هیچ‌کدام از ۰ و ۱

۹۲- فرض کنیم Q یک اتوماتای شبیه به PDA باشد با این تفاوت که به جای پشته مجهز به یک صف باشد. به عبارت دیگر، Q ماشینی متناهی‌الحالت است که با توجه به نماد ورودی حالت فعلی و نماد جلویی صف حرکت می‌کند. تابع انتقال این ماشین اجازه می‌دهد که حالت خود را تغییر دهد، نماد جلویی را از صف حذف کند و نمادی به آخر صف اضافه کند. قدرت ماشین Q در تشخیص زبان‌ها:

۱) کمتر از PDA ها است.
۲) به اندازه PDA ها است.
۳) به اندازه یک ماشین تورینگ است.
۴) کمتر از ماشین تورینگ و بیشتر از PDA ها است.

۹۳- گوئیم زبان L عضو کلاس C است هرگاه گرامر مستقل از متن برای آن وجود داشته باشد که همه قوانین آن به صورت $A \to xBy$ یا $A \to x$ باشد که x و y رشته‌های پایانی (احتمالاً تهی) هستند. این گزاره‌ها را در نظر بگیرید.

I) اگر $L_1, L_2 \in C$ آن‌گاه $L_1 \cup L_2 \in C$

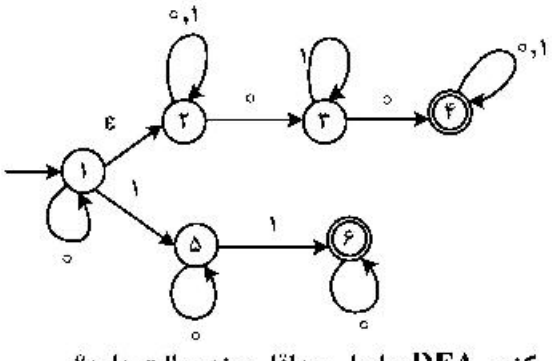
II) اگر $L_1, L_2 \in C$ آن‌گاه $L_1 \cap L_2 \in C$

III) اگر $L \in C$ آن‌گاه $\overline{L} \in C$.

چند تا از این گزاره‌ها درست هستند؟

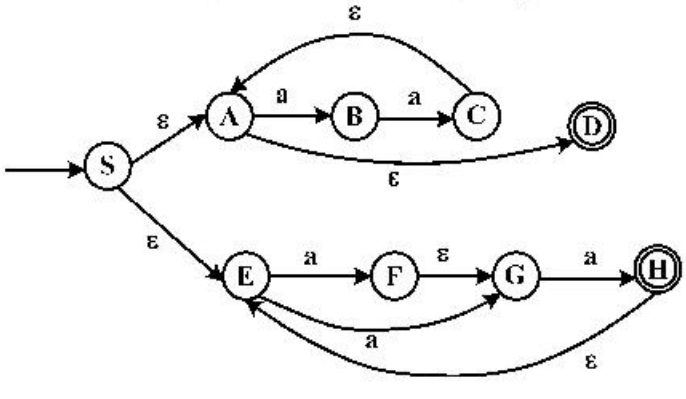
۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۹۴- کدام رشته در زبان اوتوماتای زیر نیست؟



۱) 1010101000001
۲) 0101010101010
۳) 1000111000111
۴) 0111111111111

۹۵- NFA زیر را در الفبای $\sum = \{a\}$ به DFA معادل تبدیل می‌کنیم DFA حاصل حداقل چند حالت دارد؟



۱) ۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها:

۹۶- کدام موارد قضیه هستند؟

(الف) $((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r))$

(ب) $((p \vee q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r))$

۱) فقط (الف)
۲) فقط (ب)
۳) هردو
۴) هیچ‌کدام

۹۷- موارد زیر مفروض است:

p= هوا سرد است. **q**= باران می‌بارد.

r= نیاز به پوشیدن بارانی است. **s**= نیاز به پوشیدن کلاه است.

کدام گزینه بیان‌گر گزاره زیر است؟

«اگر نه هوا سرد باشد نه باران ببارد، نه نیاز به پوشیدن بارانی است نه نیاز به پوشیدن کلاه»

۱) $((\sim p)\wedge(\sim q))\Rightarrow\sim(r\wedge s)$

۲) $(\sim(p\wedge q))\Rightarrow((\sim r)\wedge(\sim s))$

۳) $((\sim p)\wedge(\sim q))\Rightarrow((\sim r)\wedge(\sim s))$

۴) $((\sim p\wedge q))\Rightarrow\sim(r\wedge s)$

۹۸- برای یک مجموعه **x**، منظور از $P(x)$، مجموعه توانی **x** است. **A** و **B** دو مجموعه دل‌خواه هستند. کدام گزینه ممکن است نادرست باشد؟

۱) $P(A)\cap P(B)\subseteq P(A\cap B)$

۲) $P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$

۳) $P(A)-P(B)\subseteq P(A-B)$

۴) $P(A)\cup P(B)\subseteq P(A\cup B)$

۹۹- اعضای مجموعه $\mathbb{N}\cup\{\circ\}$ را به‌طور استقرایی چنین تعریف می‌کنیم:

$\circ=\varnothing$

$n=(n-1)\cup\{n-1\}\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

در این‌صورت ۱و ۲ به‌ترتیب چند عضوی هستند؟

۱) ۱و ۲

۲) ۲ و ۲

۳) ۲ و ۳

۴) ۱و ۱

۱۰۰- اثبات کدام یک از گزاره‌های زیر نیازمند اصل انتخاب است؟

(الف) برای هر مجموعه **x**، رابطه ترتیب کلی $\leq$ روی **x** وجود دارد به‌طوری که برای هر $y\subseteq x$ که $y\neq\varnothing$ ، مجموعهٔ **y** دارای بزرگ‌ترین عضو است.

(ب) فرض کنیم $P(\mathbb{N})$ ، مجموعه توانی مجموعه اعداد طبیعی باشد. دراین‌صورت تابع $f:P(\mathbb{N})\to\mathbb{N}$ وجود دارد که برای هر $A\neq\mathbb{N}$ داریم $f(A)\notin A$.

۱) فقط (الف) ۲) فقط (ب)

۳) هردو ۴) هیچ‌کدام

۱۰۱- **A** یک مجموعه سازگار و غیر ماکسیمال از گزاره‌هاست. چند تا از گزاره‌های زیر الزاماً درست است؟

(الف) گزاره‌ای مانند **P** وجود دارد که $P\notin A$ و مجموعه $A\cup\{P\}$ سازگار است.

(ب) برای هر گزاره مانند **P**، یکی از دو مجموعه $A\cup\{P\}$ و $A\cup\{\sim P\}$ سازگار است.

(ج) مجموعه سازگار و ماکسیمال مانند **B** وجود دارد که $A\subseteq B$.

۱) ۰ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۱۰۲- چه تعدادی از عبارت‌های زیر به‌عنوان فرمولی در منطق مرتبه اول درست هستند؟

الف) $\forall x\big[p(x)\to Q(x)\big]\wedge\forall x\,p(x)\to\forall x\,Q(x)$

ب) $\forall x\exists y\,p(x,y)\to\exists y\,p(y,y)$

ج) $\forall y\big[p(x)\to Q(x,y)\big]\to\big[p(x)\to\forall y\,Q(x,y)\big]$

۱) ۰ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۱۰۳ کدام گزینه در مورد استدلال زیر درست است؟

فرض ۱: همه پدرها مرد هستند.

فرض ۲: بعضی مردها مهربان هستند.

حکم: بعضی پدرها مهربان هستند.

۱) استدلال معتبر است.

۲) استدلال معتبر نیست.

۳) چون همه فرضیات درست است در مورد اعتبار این استدلال نمی‌توان نظر داد.

۴) چون همه فرضیات و حکم درست است در مورد اعتبار این استدلال نمی‌توان نظر داد.

۱۰۴- فرض کنید:

H: خوشحال بودن من

C: دقیق‌بودن منشی من

T: پیداکردن شغل بهتر

کدام گزینه بهترین ترجمه برای گزاره مرکب زیر با نمادهای فوق است؟

«من خوشحال می‌شوم فقط اگر منشی من دقیق باشد، اما اگر منشی من دقیق باشد، شغل بهتری پیدا می‌کند و من خوشحال نخواهم بود.»

۱) $(H\to C)\wedge\big[(C\to T)\wedge\neg H\big]$ ۲) $(C\to H)\wedge\big[(C\to T)\wedge\neg H\big]$

۳) $(C\to H)\wedge\big(C\to[T\wedge\neg H]\big)$ ۴) $(\neg C\to\neg H)\wedge\big(C\to[T\wedge\neg H]\big)$

۱۰۵- کدام گزینه بهترین ترجمه برای عبارت زیر است؟

«هر کسی که از همه بسکتبالیست‌ها بلندقدتر است از همهٔ فوتبالیست‌ها بلندقدتر است.»

۱) $\forall x\big[\forall y(By\to Txy)\to\forall y(Fy\to Txy)\big]$

۲) $\forall x\big[\forall y(By\to Txy)\wedge\forall y(Fy\to Txy)\big]$

۳) $\forall x\big[\forall y(By\wedge Txy)\to\forall y(Fy\wedge Txy)\big]$

۴) $\forall x\big[\forall y(By\wedge Txy)\wedge\forall y(By\wedge Txy)\big]$

۱۰۶ کدام گزینه در مورد دو استدلال زیر درست است؟

الف)
$\neg w\to t$
$\therefore s\to w$
$\neg(s\wedge t)$

ب)
$\neg(\neg p\vee q)$
$\neg z\to\neg s$
$(p\wedge\neg q)\to s$
$\neg z\vee r$
$\therefore r$

۱) هر دو نامعتبر

۲) (الف) معتبر ولی (ب) نامعتبر

۳) (ب) معتبر ولی (الف) نامعتبر

۴) هر دو معتبر

۱۰۷- فرض کنیم A و B دو مجموعه باشند و $a \in A$ و $b \in B$. با توجه به تعریف زوج مرتب (a,b) در نظریه مجموعه‌ها کدام گزینه در مورد عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) $(a,b) \in P(P(A \cup B))$

(ب) $a,b \in \cup(a,b)$

۱) هر دو مورد (الف) و (ب) صحیح است.
۲) فقط (الف) صحیح است.
۳) فقط (ب) صحیح است.
۴) هر دو مورد (الف) و (ب) نادرست هستند.

۱۰۸- فرض کنیم X یک مجموعه استقرائی باشد، تعریف می‌کنیم:

$A_1 = \{x \in X : x \subseteq X\}$

$A_2 = \{x \in X :$ x متعدی است$\}$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) فقط A_1 استقرائی است.
۲) فقط A_2 استقرائی است.
۳) A_1 و A_2 هر دو استقرائی هستند.
۴) A_1 و A_2 هیچکدام استقرائی نیستند.

۱۰۹ فرض کنیم γ اوردینال ناصفر باشد که برای هر $\beta < \gamma$ و α داشته باشیم $\alpha + \beta < \gamma$. کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) برای هر $\alpha < \gamma$ داریم $\alpha + \gamma = \gamma$.

(ب) γ اوردینال تالی است.

۱) فقط (الف)
۲) فقط (ب)
۳) هر دو
۴) هیچ‌کدام

۱۱۰ فرض کنیم P یک نماد محمولی یک موضعی باشد. بخش زیر از یک استنتاج در سیستم استنتاج طبیعی را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

$$\vdots$$
$$\frac{P(y), z = y \vdash P(z)}{P(y) \vdash z = y \to P(z)}$$
$$\frac{}{P(y) \vdash \forall x(x = y \to P(x))}$$

۱) معرفی شرط درست ولی مجاز به معرفی سور عمومی نبوده‌ایم.
۲) معرفی شرط و معرفی سور عمومی به درستی انجام شده است.
۳) معرفی سور عمومی درست است ولی مجاز به معرفی شرط نبوده‌ایم.
۴) معرفی شرط و هم معرفی سور عمومی در این استنتاج اشکال دارد.

۱۱۱- فرض کنیم A مجموعه همه توابع یک به یک و پوشا از $[0,1]$ به $[0,1]$ باشد. یعنی $A = \{f : [0,1] \to [0,1] \mid f$ یک‌به‌یک و پوشا است$\}$. کدام گزینه در مورد مجموعه A صحیح است؟

۱) A تهی است.
۲) A ناشمارا است.
۳) A شمارای نامتناهی است.
۴) A ناتهی ولی متناهی است.

@RayanAzmoon

۱۱۲- در زبان $L=\{\leq\}$ شامل یک رابطه دوتایی، فرض کنیم $\sum_{DLO}$ نظریه ترتیب‌های خطی چگال بدون نقاط انتهایی باشد و σ_1 و σ_2 دو جمله هستند که $\sum_{DLO}\cup\{\sigma_1\}$ و $\sum_{DLO}\cup\{\sigma_2\}$ هر دو سازگار باشند. فرض کنیم ساخت‌های U_1 و U_2 به‌ترتیب مدل‌های شمارایی برای $\sum_{DLO}\cup\{\sigma_1\}$ و $\sum_{DLO}\cup\{\sigma_2\}$ باشند. گزاره‌های زیر را در نظر بگیرید:

(الف) U_1 و U_2 ایزومورف هستند.

(ب) U_1 و U_2 معادل مقدماتی هستند.

از گزاره‌های فوق کدام درست است؟

۱) فقط (الف) ۲) فقط (ب)

۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۱۱۳- عبارت‌های زیر را در منطق گزاره‌ها در نظر می‌گیریم:

(الف) هر مجموعه ارضاء شدنی (Satisfiable) از فرمول‌ها سازگار است.

(ب) برای هر مجموعه از فرمول‌ها مانند $\sum$ و فرمول φ اگر $\sum\vdash\varphi$ آن‌گاه $\sum\models\varphi$.

کدام گزینه در مورد آن‌ها درست است؟

۱) هر یک نتیجه‌ای از دیگری است.

۲) (الف) نتیجه (ب) است ولی (ب) نتیجه (الف) نیست.

۳) (ب) نتیجه (الف) است ولی (الف) نتیجه (ب) نیست.

۴) هیچکدام نتیجه دیگری نیستند.

۱۱۴- فرض کنیم θ یک فرمول بدون سور در زبان منطق مرتبه اول باشد و $\psi_1=\forall x_1\ldots\forall x_n\theta$ و $\psi_2=\exists x_1\ldots\exists x_n\theta$. فرض کنیم U زیرساخت B و $s:V\to|U|$ یک مقداردهی به متغیرها باشد. چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

(الف) اگر $\models_U\theta[s]$ آن‌گاه $\models_B\theta[s]$

(ب) اگر $\models_B\theta[s]$ آن‌گاه $\models_U\theta[s]$

(ج) اگر $\models_U\psi_2[s]$ آن‌گاه $\models_B\psi_2[s]$

(د) اگر $\models_B\psi_1[s]$ آن‌گاه $\models_U\psi_1[s]$

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۱۵- فرض کنیم A مجموعه همه توابع از $w=\{0,1,2,\ldots\}$ به w، B مجموعه همه توابع یک‌به‌یک و پوشا از w به w باشند و $C=P(w)$. از مجموعه‌های A و B و C چه تعدادی از آن‌ها با مجموعه $P(w)\times P(w)$ هم‌توان (هم‌عدد) هستند؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) صفر

ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات:

۱۱۶- مقدار عبارت $\sum_{k=0}^{5}\binom{6}{k}\binom{7}{5-k}$ چقدراست؟

۱) ۲۰۰۲

۲) ۱۲۸۷

۳) ۷۹۲

۴) ۴۶۲

۱۱۷ از ۱۳۶ دانشجوی یک دانشکده ۷۸ دانشجو علاقه‌مند به زبان آلمانی، ۳۲ دانشجو علاقه‌مند به زبان فرانسوی و ۵۷ دانشجو علاقه‌مند به زبان انگلیسی هستند. همچنین ۱۳ دانشجو علاقه‌مند به هر دو زبان آلمانی و فرانسوی، ۲۱ دانشجو علاقه‌مند به هر دو زبان فرانسوی و انگلیسی و ۱۶ دانشجو علاقه‌مند به هر دو زبان آلمانی و انگلیسی هستند. ۱۲۲ دانشجو به حداقل یکی از این زبان‌ها علاقه دارند. چند دانشجو هر سه زبان را دوست دارند؟

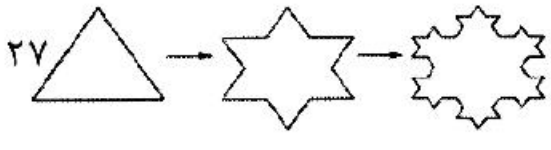
۱) ۰

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۱۱۸- یک مثلث متساوی‌الاضلاع که طول هر ضلع آن ۲۷ است را درنظر می‌گیریم. در مرحله اول هر ضلع آن را به سه قسمت مساوی تقسیم نموده و به جای بخش وسطی یک مثلث متساوی‌الاضلاع جدید (مطابق شکل) قرار می‌دهیم. در مرحله دوم همین کار را برای شکل جدید انجام می‌دهیم و این کار را مرتباً تکرار می‌کنیم. محیط شکلی که در مرحله ششم حاصل می‌شود، چقدر است؟



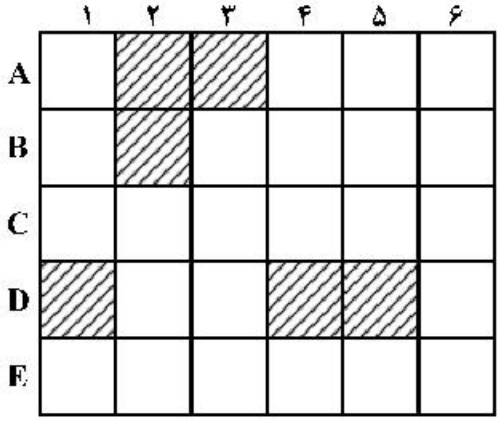
۱) $\frac{۴۰۹۶}{۳}$

۲) $\frac{۱۰۲۴}{۳}$

۳) $\frac{۱۰۲۴}{۹}$

۴) $\frac{۴۰۹۶}{۹}$

۱۱۹- فرض کنید C صفحه شطرنجی خانه‌های هاشور نخورده (شامل ۲۴ خانه) باشد. ضریب x^3 در چند جمله‌ای رخی صفحه C چقدراست؟



۱) ۴۸۰

۲) ۵۹۷

۳) ۶۱۷

۴) ۱۲۰۰

۱۲۰- فرض کنیم x تعداد رشته‌های به طول هشت با ارقام ۰,۱,...,۹ باشد به‌طوری‌که رقمی درآن رشته وجود داشته باشد که حداقل سه بار ظاهر شده است. اگر قرار دهیم $y = \frac{x}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}$ در این‌صورت y در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $[۳۵,۴۰)$

۲) $[۳۰,۳۵)$

۳) $[۲۵,۳۰)$

۴) $[۴۰,۴۵)$

۱۲۱- تابع مولد دنباله ۲,۳,۴,۵,... کدام است؟

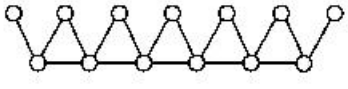
۱) $\frac{x}{(۱-x)^۲}$

۲) $\frac{x}{۱-x}$

۳) $\frac{۲-x}{(۱-x)^۲}$

۴) $\frac{۱}{(۱-x)^۲}$

۱۲۲- تعداد زیردرخت‌های فراگیر گراف مقابل چند است؟



۱) $۲^۵$

۲) $۳^۵$

۳) $۲^۷$

۴) $۳^۵ \times ۲^۲$

۱۲۳- چند مکعب مستطیل ۱×۲×۳ درون یک مکعب ۵×۵×۵ قرار دارد؟

۱) ۵×۴×۳

۲) $\binom{۵}{۳} \times \binom{۵}{۲} \times ۵$

۳) ۶×۵×۴×۳

۴) $۶ \times \binom{۵}{۳} \times \binom{۵}{۲} \times ۵$

۱۲۴ مجموع اعداد ۵ رقمی با ارقام فرد متمایز (مثلاً ۳۱۹۷۵)، یک عدد چند رقمی است؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

@RayanAzmoon

۱۲۵- فرض کنید k کوچک‌ترین عدد طبیعی است که در هر زیرمجموعه k عضوی از انسان‌ها حداقل ۳ نفر وجود داشته باشند که در یک قاره و یک فصل سال به دنیا آمده‌اند. تعداد قاره‌ها را ۶ فرض کنید. k در چه بازه‌ای قرار دارد؟

۱) $[۴۰,۵۹)$

۲) $[۱,۳۹]$

۳) $[۶۰,۷۹)$

۴) $[۸۰,\infty)$

۱۲۶- اگر برای هر n که $n \geq ۲$ داشته‌باشیم $a_n = ۵a_{n-۱} - ۶a_{n-۲}$ و نیز $a_۱$ ، $a_۰$ توامان صفر نباشند، $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n-۱}}$ چند است؟

۱) با توجه به مقادیر $a_۱$ ، $a_۰$ می‌تواند ۲ یا ۳ باشد.

۲) ۲

۳) ۳

۴) با توجه به مقادیر $a_۱$ ، $a_۰$ می‌تواند ۲ یا ۳ یا بعضی از اعداد حقیقی دیگر باشد.

۱۲۷- تعداد اعداد ۱۰ رقمی با ارقام ۱ و ۵ که مضرب ۳ باشند، چند است؟

۱) $\binom{۱۰}{۵}$

۲) $\binom{۱۰}{۵}^۲$

۳) $\binom{۱۰}{۵} + ۲\binom{۱۰}{۲}$

۴) $\binom{۱۰}{۵}^۲ + ۲\binom{۱۰}{۲}^۲$

۱۲۸- گزاره‌های زیر مفروضند:

الف) گراف ۳ منتظمی وجود دارد که تطابق کامل ندارد.

ب) گراف ۴ منتظمی وجود دارد که تطابق کامل ندارد.

کدام گزاره‌های فوق درست است؟

۱) فقط (الف) ۲) فقط (ب) ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۱۲۹- گزاره‌های زیر مفروضند:

الف) اگر مکمل گراف G ناهمبند باشد آن‌گاه G همبند است.

ب) یک گراف ساده با دنباله درجات ۱،۳،۳،۴،۵،۶،۶ وجود دارد.

ج) U یک رأس درجه فرد در گراف ساده است. یک مسیر از U به یک رأس درجه فرد دیگر وجود دارد.

چه تعداد از این گزاره‌ها درست است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۰- گزاره‌های زیر مفروضند:

الف) فرض کنیم G یک گراف n رأسی با عدد رنگی $x(G)$ و عدد استقلال $\alpha(G)$ باشد. دراین‌صورت $x(G) \geq \frac{n}{\alpha(G)}$.

ب) فرض کنیم G گرافی است که حداکثر m رأس از درجه حداکثر n دارد و مابقی رئوس از درجهٔ حداکثر k باشند که $m < n$ و $k < n$. دراین‌صورت $x(G) \leq m + k + 1$.

ج) فرض کنیم $d \geq 3$ عدد ثابت صحیح و G یک گراف ساده است که درجه تمام رأس‌های آن حداکثر d است و G، d- رنگ‌پذیر نیست و G گراف با کمترین تعداد رأس با این خاصیت‌ها است. در این‌صورت G رأس برشی ندارد.

چه تعداد از گزاره‌ها درست است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۱ فرض کنیم $G = (V, E)$ یک گراف همیلتونی باشد و $\emptyset \neq S \subseteq V$ که $m = |S|$ و k تعداد مؤلفه‌های همبندی $G - S$ باشد. فرض کنیم P دور همیلتونی G باشد و $H = (V, E(P))$ و c, b, a به‌ترتیب تعداد رأس، تعداد یال و تعداد مؤلفه‌های همبندی $H - S$ باشد. عبارت‌های زیر را درنظر بگیرید:

الف) $b = a - c$

ب) $c \geq k$

ج) $b \geq a - m$

چه تعداد از این عبارت‌ها درست است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۲- به چند روش می‌توان حروف عبارت NNBCDEOIF را مرتب کرد به‌طوری که فقط دو حرف صدادار کنار هم باشند؟

۱) ۹۰۷۲۰

۲) ۴۰۳۲۰

۳) ۳۰۲۴۰

۴) ۱۸۱۴۴

۱۳۳- پنج تاس مختلف که به‌روی وجوه آن ها اعداد ۱ تا ۶ نوشته شده است را درنظر می‌گیریم. علی این ۵ تاس را همزمان پرتاب می‌کند و مجموع اعداد ظاهر شده بر روی وجوه بالایی آن‌ها به‌عنوان امتیاز علی درنظر گرفته می‌شود. به چند روش مختلف ممکن است امتیاز علی ۱۷ شود؟

۱) ۷۸۰

۲) ۱۱۹۷

۳) ۱۸۲۰

۴) ۵۹۸۵

۱۳۴- چند عدد ۱۰ رقمی با ارقام ۳,۵,۶, ۸ وجود دارد به‌طوری که مجموع رقم‌های آن زوج باشد؟

۱) $۲^{۱۸}$

۲) $۲^{۱۹}$

۳) بین $۲^{۱۸}$ و $۲^{۱۹}$

۴) بیش از $۲^{۱۹}$

۱۳۵- چند درخت بدون برچسب (بدون شماره) از مرتبه ۸ وجود دارد که درجه هر رأس آن ۱ یا ۳ باشد؟

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۰

@RayanAzmoon

@RayanAzmoon