@RayanAzmoon

684A

کد کنترل
684
A

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۷/۱۲/۳
دفترچهٔ شمارهٔ (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ــ سال ۱۳۹۸

رشتهٔ علوم کامپیوتر ــ کد (۲۲۴۷)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی : ساختمان گسسته ـ منطق ـ نظریه علوم کامپیوتر	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- مجموعه $X=\{۱,۲,...,۴۰\}$ مفروض است. حداقل تعداد اعضای زیرمجموعه دلخواه A از X چقدر باشد تا گزارهٔ زیر همیشه صحیح باشد؟

«دو عضو متمایز a و b در A موجود هستند به‌طوری که $a+b$ مضرب ۴ است.»

۱) ۱۰

۲) ۱۱

۳) ۱۲

۴) ۱۳

۲- اگر عبارت $G(x)=\frac{e^{۲x}}{۱-x}$ به‌صورت $G(x)=\sum_{i\geq ۰} g_i x^i$ بسط داده شود، مقدار $\frac{g_{۱۰۰}-g_{۹۸}}{g_{۹۹}-g_{۹۸}}$ برابر است با:

۱) ۰/۹۹

۲) ۱/۰۲

۳) ۱/۷۴

۴) ۲/۳

۳- با در اختیار داشتن حروف a, b, c, d, e چند کلمه به طول ۹ می‌توان ساخت مشروط بر آنکه هر حرف حداکثر ۲ بار به‌کار رود؟

۱) ۵۲۸۰۰

۲) ۷۵۴۴۰

۳) ۱۰۱۴۳

۴) ۱۱۳۴۰۰

۴- چند تابع پوشا مانند f از مجموعه $\{۱,۲,...,۱۰\}$ به مجموعه $\{۱,۲,۳\}$ می‌توان تعریف کرد به‌طوری که نامساوی‌های $۰ \leq f(k+۱)-f(k) \leq ۱$ به ازای هر $۱ \leq k \leq ۹$ برقرار باشند؟

۱) ۳۶

۲) $۳^۸$

۳) $۳^۸$

۴) ۴۵

@RayanAzmoon

۵- تعداد تطابق‌های کاملی از گراف کامل ۱۰ رأسی برچسب‌گذاری شدهٔ G که شامل یال $\{۱,۲\}$ نیستند برابر است با:

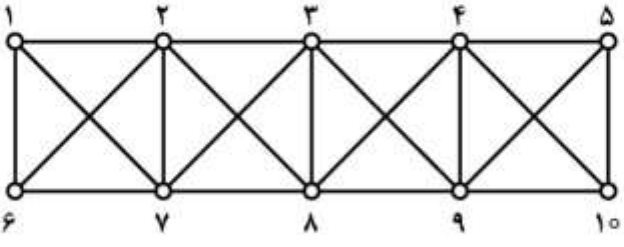
۱) ۱۲۶

۲) ۶۴۲

۳) ۸۴۰

۴) ۱۰۴۸

۶- تعداد تطابق‌های کامل گراف زیر چقدر است؟



۱) ۱۱

۲) ۲۱

۳) $۳^۴$

۴) ۴۲

۷- در چند درخت فراگیر از $K_۶$ با مجموعه رئوس $V=\{۱,۲,...,۶\}$ دو رأس ۱ و ۲ مجاور هستند و با حذف این یال از درخت، دو مولفهٔ هم‌بندی از مرتبه ۳ ایجاد می‌شود؟

۱) ۵۴

۲) ۱۰۸

۳) ۱۲۸

۴) ۲۱۶

۸- در چند درخت فراگیر از $K_۶$ با مجموعه رئوس $V=\{۱,۲,...,۶\}$ فاصله دو راس ۱ و ۲، برابر ۳ است؟

۱) ۱۴۴

۲) ۲۸۸

۳) ۲۴۰

۴) ۴۸۸

۹- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) هر گراف ناهمبند از مرتبه ۱۰، حداکثر ۳۶ یال دارد.

۲) یک گراف دو بخشی است اگر تنها اگر دور با طول فرد نداشته باشد.

۳) یک گراف و مکمل آن هر دو می‌توانند ناهمبند باشند.

۴) اگر k عدد صحیح مثبتی باشد، در یک گراف دو بخشی k- منظّم، اندازهٔ هر دو بخش برابر است.

۱۰- چند رابطه هم‌ارزی روی مجموعه $A=\{۱,۲,...,۷\}$ می‌توان تعریف کرد به‌طوری که شامل مجموعه $B=\{(۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(۴,۵)\}$ باشد؟

۱) ۱۵

۲) $۳^۵$

۳) $۲^۴$

۴) ۱۸

@RayanAzmoon

۱۱- n نفر در جلسه‌ای حضور دارند. می‌خواهیم مطمئن باشیم لااقل یک ماه از ماه‌های سال وجود دارد که متولدین آن ماه در میان حاضران جلسه، حداکثر ۳ نفر هستند. حداکثر مقدار n کدام است؟

۱) ۲۵

۲) ۳۷

۳) ۴۷

۴) ۴۹

۱۲- به چند طریق می‌توان چهار زیرمجموعهٔ A، B، C و D از مجموعه $\{۰,۱\}$ انتخاب کرد به‌طوری که $A \cup B = C \cup D$ یا $A \cap B = C \cap D$؟

۱) ۱۳۶

۲) ۱۴۴

۳) ۱۶۴

۴) ۲۰۰

۱۳- جدول زیر را به چند طریق می‌توان با اعداد ۱ تا ۴ پر کرد به‌طوری که یک مربع لاتین شود؟ (در هر مربع لاتین اعداد هر سطر و هم‌چنین هر ستون، متفاوت هستند.)

۱	۲		
		۱	۲
			۱

۱) ۷

۲) ۶

۳) ۵

۴) ۴

۱۴- فرض کنید G یک گراف و k عددی طبیعی باشد. گراف G^k به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V(G^k) = V(G)$$

$$E(G^k) = \{\{x,y\} \mid x,y \in V(G), d(x,y) \le k, x \neq y\}$$

چند تا از گراف‌های $(P_5^3, P_{10}^2, C_{10}^2, C_{11}^2)$ مسطح هستند؟ (P_n مسیر n رأسی و C_n دور n رأسی است.)

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۵- گراف G را خوب گوییم هرگاه بتوان به یال‌های آن اعداد صحیح ناصفر نسبت داد به طوری که مجموع اعداد یال‌های متصل به هر رأس برابر ۱ باشد. کدام‌یک از گراف‌های زیر خوب نیستند؟

۱) گراف پیترسن

۲) دور ۱۰ رأسی

۳) گراف دو بخشی کامل $K_{۳,۳}$

۴) گراف کامل ۷ رأسی

۱۶- چندتا فرمول گزاره‌ای دو به‌دو غیر هم‌ارز منطقی وجود دارد به‌طوری‌که نهادهای گزاره‌ای اتمی (ساده) آن‌ها تنها از مجموعه $\{A_1, A_2, A_3\}$ انتخاب شده باشند؟

۱) ۳

۲) ۱۲۸

۳) ۸

۴) ۲۵۶

۱۷- کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟

۱) $\{A \to B, A \vee \neg B\}$ صدق‌پذیر است.

۲) B نتیجه منطقی $\{A, A \to B\}$ می‌باشد.

۳) اگر گزاره B معتبر باشد آنگاه گزاره $A \to B$ به‌ازای هر گزاره A معتبر است.

۴) هر دو گزاره‌ای که هم ارز منطقی باشند صدق‌پذیر (ارضاپذیر) هستند.

۱۸- فرض کنید $\Gamma \cup \{\varphi\}$ یک مجموعه از فرمول‌ها باشد به‌طوری‌که $\Gamma \vDash \varphi$ در این صورت:

۱) Γ دارای مدل است.

۲) $\Gamma \cup \{\varphi\}$ سازگار است.

۳) $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ ناسازگار است.

۴) φ توتولوژی است.

۱۹- فرض کنید Σ یک مجموعهٔ تصمیم‌پذیر از اصول در یک زبان تصمیم‌پذیر باشد و Σ^* مجموعهٔ همهٔ نتایج منطقی Σ باشد، در این‌صورت:

۱) Σ^* کامل است.

۲) Σ^* به‌طور مؤثر شمارش‌پذیر است.

۳) Σ^* سازگار است.

۴) مکمل Σ^* به‌طور مؤثر شمارش‌پذیر است.

۲۰- اگر $\sigma = \neg[(p \vee q) \to r]$ آنگاه:

۱) σ را می‌توان تنها با رابط $\to$ نوشت.

۲) σ در حداقل نیمی از سطرهای جدول ارزش‌اش درست است.

۳) $\sigma \to \neg\sigma$ و $\neg\sigma \to \sigma$ هر یک سازگارند.

۴) $\neg\sigma \to r$ دست‌کم در دو سطر از جدول ارزش‌ها نادرست است.

۲۱- مجموعهٔ Γ از گزاره‌ها را مستقل گوییم اگر برای هر $B \in \Gamma$ داشته باشیم $\Gamma \setminus \{B\} \nvdash B$. همه گزینه‌ها صحیح‌اند، به‌جز:

۱) $\{\bot\}$ مستقل است.

۲) برای هر گزارهٔ A، $\{A, \neg A\}$ مستقل است.

۳) اگر Γ و Δ مستقل باشند، $\Gamma \cap \Delta$ نیز مستقل است.

۴) اگر Γ غیرمستقل باشد، $\Delta \subseteq \Gamma$ هست که Δ متناهی است و Δ غیرمستقل است.

۲۲- همه احکام زیر صحیح‌اند، به‌جز:

۱) $\{\wedge, \vee, \to, \top\}$ به‌طور تابعی کامل است.

۲) $\{\vee, \to, \bot\}$ به‌طور تابعی کامل است.

۳) $\{\wedge, \vee, \bot, \top\}$ به‌طور تابعی کامل نیست.

۴) $\{\to, \neg\}$ به‌طور تابعی کامل است.

۲۳- همه احکام زیر صحیح‌اند، به‌جز:

۱) هیچ گزاره‌ای مثل A وجود ندارد که $\vdash A \leftrightarrow \neg A$

۲) اگر A و B تنها به کمک رابطِ $\rightarrow$ درست شده باشند، $A \vee B$ را می‌توان تنها به کمک رابطِ $\rightarrow$ نوشت.

۳) برای مجموعهٔ دل‌خواهِ Γ از گزاره‌ها، مجموعهٔ $\{A : \Gamma \vdash A\}$ نسبت به استنتاج بسته است.

۴) اگر A و B تنها به کمک رابطِ $\rightarrow$ درست شده باشند، $A \wedge B$ را می‌توان تنها به کمک رابطِ $\rightarrow$ نوشت.

۲۴- درخت تابلو برای گزارهٔ A را رسم کرده‌ایم، کدام‌یک از احکام زیر درست است؟

قرارداد: یک شاخه را بسته گوییم اگر در انتهای آن یک اتم و نقیض آن وجود داشته باشد. یک شاخه را بازگوییم اگر بسته نباشد.

۱) اگر دست‌کم یک شاخهٔ باز داشته باشیم، $\neg A$ همانگو نیست.

۲) اگر دست‌کم یک شاخهٔ بسته داشته باشیم، $\neg A$ همانگو نیست.

۳) اگر دست‌کم یک شاخهٔ باز داشته باشیم، A همانگو است.

۴) اگر همهٔ شاخه‌ها بسته باشد، A همانگو است.

۲۵- کدام یک از نام‌های (terms) t زیر را نمی‌توان به‌جای متغیر x در فرمول A جانشین کرد؟ یا به عبارت دیگر در کدام‌یک از گزینه‌ها، نام t برای متغیر x در فرمول A آزاد نیست؟

۱) $t := x$ و $A := \forall y \exists z (y > z)$

۲) $t := y + z$ و $A := \forall x \exists u (x > u)$

۳) $t := x + y$ و $A := \forall y \exists z (z > x + y)$

۴) $t := 0$ و $A := \exists z (x > y)$

۲۶- با فرض این‌که R و S و T سه نماد رابطه‌ای (محمولی) یک موضعی (یک متغیّره) باشند، کدام‌یک از گزینه‌ها یک صورت نرمال پیشوندی برای گزارهٔ زیر است؟

$$(\forall x R(x) \rightarrow \exists x S(x)) \rightarrow (T(x) \wedge \forall y R(y) \wedge \exists x S(y))$$

۱) $\forall x \exists y (R(x) \rightarrow S(y)) \rightarrow \forall y \exists x (T(x) \wedge R(y) \wedge S(y))$

۲) $\forall u \forall v \forall w \big[(R(u) \wedge S(y) \wedge T(x)) \vee (\neg S(w) \wedge R(v)\big]$

۳) $\forall x \forall y \forall z \big[(R(x) \rightarrow S(y)) \rightarrow (T(u) \wedge R(z) \wedge S(v))\big]$

۴) $\forall x \forall y \forall z \exists w \big[(R(x) \rightarrow S(y)) \rightarrow (T(u) \wedge R(z) \wedge S(v))\big]$

۲۷- تابع f به‌صورت استقرایی روی مجموعهٔ همهٔ گزاره‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

- برای P اتمی $f(P) = \{P\}$

- $f(\bot) = \varnothing$

- $f(A \wedge B) = f(A \vee B) = f(A \rightarrow B) = f(A) \cup f(B)$

- $f(\neg A) = f(A)$

کدام یک از احکام زیر در مورد f صحیح است؟

۱) $f(A)$ مجموعهٔ همهٔ زیر فرمول‌های A را بر می‌گرداند.

۲) $f(A)$ مجموعهٔ همهٔ زیرفرمول‌هایی از A را بر می‌گرداند که به صورت $\neg B$ نیستند.

۳) $f(A)$ مجموعهٔ همهٔ متغیرهای اتمی به‌کار رفته در A را بر می‌گرداند.

۴) $f(A)$ همواره مجموعه‌ای تک عضوی است.

۲۸- فرض کنید J و I دو تابع تعبیر برای منطق گزاره‌ای باشند.
گوییم $I \le J$ اگر برای هر متغیر اتمی p داشته باشیم $I(P) \le J(P)$
گوییم گزاره A صعودی است اگر برای هر $I \le J$ داشته باشیم $I(A) \le J(A)$
گوییم گزاره A نزولی است اگر برای هر $I \le J$ داشته باشیم $I(A) \ge J(A)$
کدام گزینه نادرست است؟

۱) هرگزارهٔ A، یا صعودی است و یا نزولی.

۲) A صعودی است اگر و فقط اگر $\neg A$ نزولی باشد.

۳) اگر A صعودی و نزولی باشد، A همان‌گو است یا $\neg A$ همان‌گو است.

۴) اگر B و A صعودی باشند و P یک متغیّر اتمی باشد، $A[P:B]$ نیز صعودی است.

۲۹- از گزاره‌های زیر کدام یک همان‌گو نیست؟

۱) $((p \to \bot) \to (q \to \bot)) \to (q \to p)$

۲) $(p \to r) \to \big((q \to r) \to ((p \vee q) \to r)\big)$

۳) $\neg(p \leftrightarrow q) \to \big((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)\big)$

۴) $\big((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r\big) \to (p \leftrightarrow r)$

۳۰- فرض کنید برای گزارهٔ A در منطق گزاره‌ای، $r(A)$ برابر با حداقل عددی مثل k است که $\vdash A \leftrightarrow \bigvee_{i=1}^{k} A_i$ و برای هر $1 \le i \le k$ داریم $A_i = \bigwedge_{j=1}^{n_i} A_i^j$ و A_i^j اتمی یا نقیض اتمی است. کدام گزینه صحیح است؟

قرارداد: $\bigvee_{i=1}^{0} A_i = \bot$

۱) اگر در گزارهٔ A، از ۵ اتم استفاده شده باشد، $r(A) \le 31$

۲) برای هر A داریم $r(A) = r(\neg A)$

۳) A وجود دارد که از سه اتم در آن استفاده شده و $r(A) = 8$

۴) گزاره‌ای مثل A وجود ندارد که $r(A) = 0$ و A دست‌کم یک متغیّر اتمی داشته باشد.

۳۱- کدام گزینه در مورد انکدینگ مسأله دلخواه A صحیح است؟

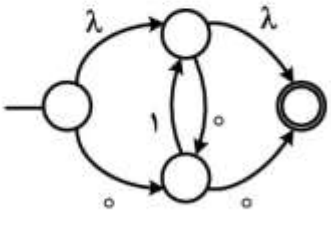
۱) طول هر نمونه مسأله از A در همهٔ الفباهای حداقل دو حرفی هم مرتبه است.

۲) همه نمونه‌های مسألهٔ A در یک الفبای مشخص طول‌های هم مرتبه دارند.

۳) طول انکدینگ‌های مختلف مسأله A در الفباهای مختلف یکسان است.

۴) مسأله A در هر الفبای ناتهی قابل بیان است.

۳۲- کدام گزینه در مورد اتوماتون متناهی زیر صحیح است؟



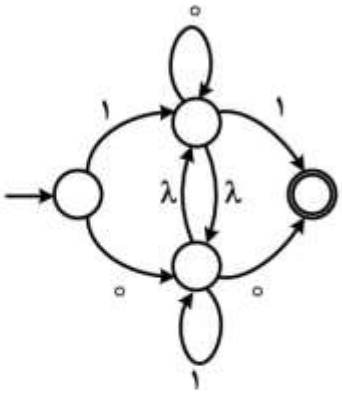
۱) این اتوماتون قطعی است.

۲) زبان این اتوماتون متناهی، متناهی است.

۳) اتوماتون کمینه معادل آن دارای همین تعداد حالت است.

۴) برای پذیرش هر ورودی $x \neq \lambda$ باید از تمام حالات این اتوماتون گذر کرد.

۳۳- زبان اتوماتون متناهی زیر کدام است؟



۱) $(\circ+1)^*$

۲) $(\circ+1)^+$

۳) $(\circ+1)^* - (\lambda+\circ+1)$

۴) $(\circ+1)^+ - (\circ+1)(\circ+1)$

۳۴- کدام گزینه در مورد زبان مستقل از متن $a^n(ba)^k b^n$ صحیح است؟

۱) مقدار k باید صفر باشد.

۲) حداقل یکی از مقادیر n یا k باید ثابت باشد.

۳) مقدار k باید ضریب صحیحی از n باشد.

۴) مقدار n و k باید برابر باشند.

۳۵- در چه صورتی گزاره زیر در مورد زبان منظم L صحیح است؟

«اگر $x \in L$ آنگاه $y \in L$ که y با حذف بخشی پیوسته از x به دست آمده است و $|x| > |y|$»

۱) زبان L نامتناهی باشد.

۲) طول x بزرگ‌تر از صفر باشد.

۳) زبان L متناهی و x بیشترین طول را در بین اعضای L داشته باشد.

۴) زبان L نامتناهی و طول x از مقدار مشخصی بیشتر باشد.

۳۶- زبان گرامر مستقل از متن زیر کدام است؟

$S \to A|\lambda$

$A \to aSb|aA$

$B \to b$

۱) $(ab)^n$

۲) $(a^n b^n)$

۳) $a^n b^n \ , \ n \geq m$

۴) $(a^n b^n)^k \ , \ n \geq m$

۳۷- کدام گزینه در مورد یک اتوماتون پشته‌ای که طول پشته آن همواره از مقدار ثابت k کمتر است، صحیح است؟

۱) زبان این اتوماتون متناهی است.

۲) زبان این اتوماتون منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.

۳) تعداد حالات این اتوماتون کمتر از k است.

۴) تعداد اعضای زبان این اتوماتون ضریبی از ۲^k است.

@RayanAzmoon

۳۸- کدام گزینه در مورد یک اتوماتون پشته‌ای که طول پشته آن همواره افزایش پیدا کند صحیح است؟

۱) زبان این اتوماتون تهی است.

۲) زبان این اتوماتون متناهی است ولی لزوماً تهی نیست.

۳) زبان این اتوماتون منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.

۴) زبان این اتوماتون مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

۳۹- زبان گرامر زیر کدام است؟

$S \to EaSbE \mid \lambda$

$aSb \to AB$

$aA \to Ab$

$Bb \to aB$

$EA \to b$

$BE \to a$

$E \to \lambda$

۱) $a^n b^n + b^n a^n$

۲) $a^n b^n$

۳) $b^n a^n$

۴) $a^* b^*$

۴۰- کدام گزینه در مورد زبان $L = \left\{ a^n b^m \mid n = m, \quad n < ۳ \right\}$ صحیح است؟

۱) زبان L منظم است.

۲) زبان L منظم نیست ولی اتوماتون پشته‌ای قطعی دارد.

۳) زبان L دارای اتوماتون پشته‌ای قطعی نیست ولی اتوماتون پشته‌ای غیر قطعی دارد.

۴) زبان L دارای اتوماتون پشته‌ای نیست.

۴۱- اگر ماشین تورینگ تک نواره M قادر به نوشتن در بخشی از نوار که شامل ورودی است نباشد چه زبانی را می‌پذیرد؟

۱) منظم ۲) مستقل از متن ۳) حساس به متن ۴) بازگشتی

۴۲- کدام‌یک از زبان‌های زیر تصمیم‌پذیر تورینگ نیست؟

۱) مجموعه زبان‌های مستقل از متن

۲) مجموعه زوج تورینگ‌های $(M_۱, M_۲)$ که $L(M_۱) = L(M_۲)$

۳) مجموعه (G , w)هایی که G گرامر مستقل از متن است و $w \in L(G)$

۴) مجموعه اتوماتون‌های متناهی قطعی که زبان آن‌ها Σ^* است.

۴۳- اگر G یک گرامر نامحدود (نوع صفر) باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد مسئله $L(G)=\varnothing$ صحیح است؟

۱) بازگشتی شمارش‌ناپذیر است.

۲) بازگشتی شمارش‌پذیر است.

۳) در مکمل خانواده زبان‌های بازگشتی قرار دارد.

۴) در مکمل خانواده زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر قرار دارد.

۴۴- کدام گزینه در مورد ماشین‌های تورینگ نادرست است؟

۱) تعداد ماشین‌های تورینگ متفاوت شمارش‌پذیر است.

۲) هر ماشین تورینگ غیرقطعی دارای یک ماشین تورینگ قطعی معادل است.

۳) توان پردازش ماشین تورینگ چند نواره با ماشین تورینگ تک نواره برابر است.

۴) برای هر زبان دلخواه L یک ماشین تورینگ M وجود دارد که $L(M)=L$.

۴۵- تابع f که به‌صورت زیر تعریف شده است چه نوع تابعی است؟

$$f(n)=\begin{cases}۱ & : n=۰ \\ \sqrt{۲} & : n>۰ \end{cases}$$ n امین رقم بعد از اعشار در نمایش عدد

۱) f یک تابع غیرقابل محاسبه است.

۲) f یک تابع ثابت است.

۳) f یک تابع بازگشتی اولیه است.

۴) f یک تابع بازگشتی جزئی است.

@RayanAzmoon