@RayanAzmoon

کد کنترل

332

E

332E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴
دفترچهٔ شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۷

رشتهٔ مهندسی کامپیوتر ـ هوش مصنوعی (کد ۲۳۵۶)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ساختمان داده‌ها و طراحی الگوریتم‌ها ـ شناسایی الگو ـ یادگیری ماشین	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- میزان رشد توابع زیر به ترتیب صعودی (از چپ به راست) کدام است؟

$n\log^*(n), \log(n)^{\log(n)}, \log(n!), \log(\log(n^n))$

۱) $n\log^*(n), \log(n!), \log(n)^{\log(n)}, \log(\log(n^n))$

۲) $\log(\log(n^n)), \log(n!), n\log^*(n), \log(n)^{\log(n)}$

۳) $\log(\log(n^n)), \log(n!), \log(n)^{\log(n)}, n\log^*(n)$

۴) $\log(\log(n^n)), n\log^*(n), \log(n!), \log(n)^{\log(n)}$

۲- جواب دو رابطهٔ بازگشتی زیر کدام است؟

$T(n) = T(3/7n) + T(4/7n) + n, T(1) = 1$

$T'(n) = T'(2/7n) + T'(4/7n) + n, T'(1) = 1$

۱) $T(n) = \Theta(n), T'(n) = \Theta(n)$

۲) $T(n) = \Theta(n), T'(n) = \Theta(n\log n)$

۳) $T(n) = \Theta(n\log n), T'(n) = \Theta(n)$

۴) $T(n) = \Theta(n\log n), T'(n) = \Theta(n\log n)$

۳- فرض کنید یک زبان از حروف الفبای $\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$ تشکیل شده است و احتمال وقوع a برابر ۱۸ درصد، b برابر ۴ درصد، c برابر ۸ درصد، d برابر ۱۰ درصد، e برابر ۲۰ درصد، f برابر ۵ درصد، g برابر ۵ درصد، h برابر ۱۵ درصد و i برابر ۱۵ درصد است. درخت هافمن این زبان چند گره دارد؟

۱) ۱۸

۲) ۱۷

۳) ۱۶

۴) ۱۵

۴- فرض کنید $H : \{1,...,n\} \to \{1,...,n\}$ یک تابع درهم‌ساز یکنواخت باشد. برای ورودی x عدد z را برابر تعداد صفرهای سمت راست $H(x)$ قرار می‌دهیم. برای عدد $0 \le c \le 1$، احتمال $z \ge c\log n$ از چه مرتبه‌ای است؟ (فرض کنید c ثابت است.)

۱) $O(1/n)$

۲) $O(1/n^c)$

۳) $O(1/\log n)$

۴) $O(1/\log^c n)$

۵- چه تعداد از تبدیل‌های زیر در زمان $O(n)$ قابل انجام است؟

- تبدیل پیمایش پیش‌ترتیب عناصر یک درخت دودویی کامل به پیمایش پس‌ترتیب آن
- تبدیل پیمایش پس‌ترتیب یک درخت دودویی کامل به پیمایش پیش‌ترتیب آن
- تبدیل پیمایش میان‌ترتیب عناصر یک درخت دودویی کامل به یک درخت دودویی جست‌وجو

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۰

۶- در یک داده ساختار هرم با n عنصر، عدد بعدی یک رأس (عددی که در دنباله‌ی مرتب‌شده بعد از عدد این رأس می‌آید) را در چه زمانی می‌توان به دست آورد؟

۱) $O(1)$

۲) $O(n)$

۳) $O(\sqrt{n})$

۴) $O(\log n)$

۷- اعداد ۱ تا ۱۵ درون آرایه A به‌گونه‌ای ذخیره شده‌اند که تشکیل یک هرم کمینه متوازن می‌دهند. حداکثر تعداد نابه‌جایی‌های A چه تعداد است؟

(دو درایه $A[i]$ و $A[j]$ تشکیل یک نابه‌جایی می‌دهند اگر $i < j$ و $A[i] > A[j]$)

۱) ۱۱۰

۲) ۹۴

۳) ۷۱

۴) ۵۹

۸- آرایهٔ A از n عدد دلخواه داده شده است. فرض کنید عملیات reverse(i, j) برای $1 \le i < j \le n$، زیرآرایهٔ $A[i..j]$ را معکوس می‌کند، یعنی به ازای هر $0 \le k \le j-i$، $A[j-k]$ را با $A[i+k]$ تعویض می‌کند. با حداقل چندبار استفاده از این عملیات می‌توان آرایهٔ A را مرتب کرد؟

۱) $O(n \log n)$

۲) $O(n\sqrt{n})$

۳) $O(n^2)$

۴) $O(n)$

۹- آرایه A شامل n عدد مختلف است. حال می‌خواهیم آرایه B را به این صورت پر کنیم که به ازای هر i، $B[i]$ برابر با میانهٔ اعداد $A[1]$ تا $A[i]$ باشد. بهترین الگوریتم برای این کار از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $O(n^2)$

۲) $O(n\sqrt{n})$

۳) $O(n \log n)$

۴) $O(n^2 \log n)$

۱۰- فرض کنید گراف G یک گراف جهت‌دار و وزن‌دار است که دور منفی ندارد. رئوس این گراف را با اعداد 1 تا n برچسب‌گذاری می‌کنیم و وزن یال از i به j را با $w(i,j)$ نشان می‌دهیم. اگر گراف G' همان گراف G باشد، که فقط وزن یال‌های آن که با w' نشان می‌دهیم، طبق قاعده‌های زیر تغییر کرده است، به ازای چندتا از این قاعده‌ها، کوتاه‌ترین مسیر (خود مسیر نه طول مسیر) بین هر دو رأس داده شده در دو گراف G و G' یکسان است؟

$w'(i,j)=w(i,j)+i-j$

$w'(i,j)=w(i,j)+j-i$

$w'(i,j)=w(i,j)+i+j$

۰ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۱۱- الگوریتمی را در نظر بگیرید که ورودی $a_1,\ldots,a_n$ شامل n عدد مجزا را به‌ترتیب داده شده می‌خواند و هنگام خواندن a_i مقدار متغیر x را به احتمال $1/i$ برابر a_i قرار می‌دهد. الگوریتم در پایان مقدار x را به‌عنوان خروجی گزارش می‌کند. با چه احتمالی خروجی الگوریتم برابر a_i است؟

۱) می‌تواند هر مقداری کوچکتر یا مساوی $1/i$ باشد.

۲) می‌تواند هر مقداری در بازه $[1/n, 1/i]$ باشد.

$1/i$ (۳

$1/n$ (۴

۱۲- در گراف جهت‌دار G وزن یال‌ها را یک قرار می‌دهیم و شار بیشینه از رأس s به t را محاسبه می‌کنیم. مقدار جریان بیشینه برابر کدام مورد است؟

۱) تعداد مسیرهای بین s و t

۲) تعداد کوتاه‌ترین مسیرهای بین s و t

۳) تعداد مسیرهای مجزای یالی بین s و t

۴) تعداد مسیرهای مجزای رأسی بین s و t

۱۳- چندتا از گزاره‌های زیر درست است؟

- اگر مسئله تصمیم‌گیری $\mathbf{X}$ در ان‌پی باشد، مسئله تصمیم‌گیری $\mathbf{not\ X}$ نیز در ان‌پی است.
- هر مسئله ان‌پی ـ سخت به یک مسئله‌ی ان‌پی ـ کامل قابل کاهش است.
- تمام مسائل ان‌پی ـ کامل به تمام مسائل ان‌پی ـ سخت قابل کاهش‌اند.

۰ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۱۴- فرض کنید گراف جهت‌دار G شامل n رأس و m یال، روابط دوستی بین n فرد را مدل می‌کند. به عبارت دقیق‌تر از u به v یال وجود دارد، اگر شخص u شخص v را بشناسد. در این شبکه هرگاه شخص از یک خبر مطلع شود آن را به اطلاع همهٔ دوستان خود می‌رساند. می‌خواهیم یک خبر مشخص را به اطلاع همه برسانیم. می‌خواهیم کمترین تعداد افرادی را پیدا کنیم که با مطلع شدن آن‌ها، همه از خبر فوق مطلع شوند. بهترین الگوریتم برای محاسبه این مجموعه افراد از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $O(m+n)$

۲) $O(\min(n,m))$

۳) $O(n\log n+m)$

۴) این مسئله ان‌پی ـ سخت است.

۱۵- در جست و جوی سطح اول (BFS)، به هر رأس یک بازهٔ زمانی نسبت می‌دهیم، طوری که زمان قراردادن رأس در صف شروع بازه و زمان برداشتن آن از صف انتهای بازه باشد. کدام مورد درست است؟

۱) ترتیب طول بازه‌های بین رئوس، معادل با ترتیب فاصله‌ی آنان از رأس شروع است.

۲) اگر یک رأس از نوادگان رأس دیگر در درخت BFS باشد، آنگاه بازه‌ی آن‌ها اشتراک ندارد.

۳) اگر بازه‌ی دو رأس اشتراک نداشته باشند، آن‌گاه یکی از آن‌ها نوه‌ی دیگری در درخت BFS است.

۴) اگر شروع بازه‌ی b بعد از شروع بازه‌ی a باشد، فاصلهٔ رأس شروع تا b بیشتر از فاصلهٔ رأس شروع تا a است.

۱۶- فرض کنید $T=(V,E)$ یک درخت شامل n رأس باشد. می‌خواهیم $C\subseteq V$ با حداقل تعداد رأس پیدا کنیم، طوری‌که برای هر یال در E، حداقل یکی از دو سر آن یال در C باشد. الگوریتم حریصانه زیر را در نظر بگیرید. C را در ابتدا تهی قرار می‌دهیم. در هر مرحله رأس با درجه بیشینه در T را در C قرار می‌دهیم (درصورتی‌که بیش از یک رأس با درجه بیشینه بود، یکی از آن‌ها را به دلخواه انتخاب می‌کنیم) و تمام یال‌های مجاور آن را از T حذف می‌کنیم. این کار را تا زمانی‌که T تهی از یال شود ادامه می‌دهیم. کمترین مقدار n که برای آن، الگوریتم حریصانه فوق درست کار نمی‌کند، کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) برای هر n الگوریتم حریصانه جواب بهینه را برمی‌گرداند.

۱۷- گراف $G=(V,E)$ با وزن‌های مثبت را در نظر بگیرید. $d(u,v,k)$ را برابر طول کوتاه‌ترین مسیر از u به v در نظر بگیرید که حداکثر k یال داشته باشد. چندتا از رابطه‌های بازگشتی زیر برای $k>1$ درست می‌باشند؟
($w=(u,v)$ وزن یال (u,v) را نشان می‌دهد و وزن یالی که وجود نداشته باشد بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود.)

$$d(u,v,k)=\min_{x\in V}(d(u,v,k-1),d(u,x,k-1)+w(x,v))$$

$$d(u,v,k)=\min_{x\in V}(d(u,x,k-1)+w(x,v))$$

$$d(u,v,k)=\min_{x\in V}(d(u,v,k-1),d(u,x,\lceil k/2\rceil)+d(x,v,\lfloor k/2\rfloor))$$

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۰

۱۸- در یک گراف همبند با n رأس و m یال، وزن یال‌ها ۱ یا ۲ هستند. بهترین الگوریتم برای یافتن درخت پوشای کمینه این گراف دارای چه زمان اجرایی است؟

۱) $O(n\log n+m)$ ۲) $O(n\log n)$

۳) $O(n)$ ۴) $O(m)$

۱۹- سعید و وحید بازی زیر را انجام می‌دهند. ابتدا دو بازیکن روی یک عدد n توافق می‌کنند. بازی با $x=2$ آغاز می‌شود. بازیکن اول با انداختن سکه انتخاب شده و بازی را آغاز می‌کند. از این به بعد هرکدام از بازیکنان به دلخواه x را به توان۲ یا ۳ می‌رساند. مثلاً اگر سعید بازی را آغاز کرده و ۳ را انتخاب کند، x برابر با ۸ خواهد شد. بعد از حرکت هر کدام از بازیکنان که $x>n$ شود، بازی متوقف شده و بازیکن آخر به‌عنوان برنده بازی انتخاب می‌شود. بازی‌ها به‌طور متوسط در چند مرحله به پایان می‌رسند؟

۱) $\Theta(\log\log n)$ ۲) $\Theta(\log^2 n)$

۳) $\Theta(\log n)$ ۴) قابل محاسبه نیست.

۲۰- می‌خواهیم ماتریس‌های $M_1(5\times10)$ و $M_2(10\times3)$ و $M_3(3\times12)$ و $M_4(12\times5)$ را با همین ترتیب در هم ضرب کنیم. این کار با حداقل چند ضرب عددی قابل انجام است؟

۱) ۳۶۰

۲) ۴۰۵

۳) ۵۸۰

۴) ۶۳۰

۲۱- در یک دسته‌بندی $\mathbf{M}$ کلاسه، کدام مورد درخصوص کران بالای خطای دسته‌بند ($\mathbf{P_e}$) درست است؟

۱) $P_e \le \frac{1}{M}$

۲) $P_e \le \frac{2}{M}$

۳) $P_e \le \frac{1}{M-1}$

۴) $P_e \le \frac{M-1}{M}$

۲۲- در یک کاربرد داده‌ها از توزیع $\mathbf{P(X=k)=\theta(1-\theta)^{k-1}}$ نمونه‌برداری می‌شوند. فرض کنید که در مجموعه آموزشی متغیر $\mathbf{X}$ دارای مقادیر ۴، ۲، ۷ و ۹ است، چه مقداری از θ تخمین درست‌نمایی (Maximum Likelihood) را بیشینه می‌کند؟

۱) $\frac{4}{22}$

۲) $\frac{3}{22}$

۳) $\frac{2}{22}$

۴) $\frac{1}{22}$

۲۳- اگر X متغیری تصادفی با $E[x]=\mu$ و $Var(X)=\sigma^2$ باشد، مقدار $E[(x-c)^2]$ کدام است؟
(فرض کنید c یک ثابت دلخواه باشد.)

۱) $\mu^2+c^2+\sigma^2$

۲) $(\mu-c)^2+\sigma^2$

۳) $(\mu-c)^2+2\sigma^2$

۴) $(\mu+c)^2+2\sigma^2$

۲۴- در یک مسئله دسته‌بندی دو دسته‌ای در فضای دوبعدی، اگر توزیع نمونه‌های داخل هر دسته را گوسی در نظر بگیریم، کدام جمله درست است؟

۱) اگر ماتریس کوواریانس توزیع دسته‌ها یکسان فرض شود، دسته‌بند بیز ساده مرز تصمیم خطی را پیدا می‌کند.

۲) اگر ماتریس کوواریانس توزیع دسته‌ها یکسان فرض شود، دسته‌بند بیز ممکن است مرز را به‌صورت یک چندجمله‌ای با درجه ۲ پیدا کند.

۳) اگر ماتریس کوواریانس توزیع دسته‌ها ماتریس همانی فرض شود، مرز حاصل توسط دسته‌بند بیز لزوما عمود منصف خط متصل‌کننده میانگین نمونه‌های دو دسته خواهد بود.

۴) اگر برای مدل‌سازی توزیع نمونه‌های دسته‌ها، فرض استقلال شرطی دسته‌بند بیز ساده (Naïve Bayes) را هم اضافه نماییم حتما مرز خطی توسط دسته‌بند بیز ساده به دست می‌آید.

۲۵- یک مسئله دسته‌بندی دو دسته‌ای در فضای ویژگی دودویی را در نظر بگیرید. اگر سه نمونه آموزشی مطابق شکل زیر داشته باشیم که نمونه‌های مربع دارای برچسب مثبت و نمونه‌های دایره دارای برچسب منفی باشند، درصورتی‌که نمونه دایره به دسته‌بند داده شود، احتمال این‌که دسته‌بند به این نمونه برچسب مثبت دهد، کدام است؟



۱) ۰

۲) $\frac{1}{6}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) ۱

۲۶- کدام مورد درخصوص **logistic regression**، درست است؟
(فرض کنید که فضای ورودی با x و برچسب با y نشان داده شوند.)

۱) دسته‌بند logistic regression احتمال $p(x)$ را تخمین می‌زند.

۲) دسته‌بند logistic regression احتمال $p(y|x)$ را تخمین می‌زند.

۳) دسته‌بند logistic regression در جداسازی داده‌های جدایی‌پذیر خطی تنها تفکیک داده‌ها را در نظر نمی‌گیرد بلکه فاصله آن‌ها تا مرز تصمیم را هم به نوعی لحاظ می‌کند.

۴) در دسته‌بند logistic regression مقدار هزینه لحاظ شده برای نمونه x با برچسب مثبت را به‌صورت $-\log(1-f(x))$ در نظر می‌گیرد که $f(x)=\frac{1}{1+\exp(w^Tx+w_0)}$

۲۷- کدام مورد، درست است؟

۱) برای یک ویژگی‌که از برچسب مستقل است، ممکن است میزان کوواریانسش با برچسب بزرگ باشد.

۲) کم بودن میزان همبستگی (correlation) یک ویژگی با برچسب آن به معنای نامفید بودن آن ویژگی است.

۳) معیار اطلاعات متقابل (Mutual information) بین یک ویژگی و یک برچسب تنها می‌تواند ارتباط خطی بین برچسب و ویژگی را نشان دهد.

۴) ممکن است دو ویژگی هر کدام به صورت تک تک نتوانند به دسته‌بندی داده‌ها کمکی کنند اما در کنار هم بتوانند داده‌ها را به‌خوبی دسته بندی نمایند.

۲۸- مسأله دسته‌بندی برای دو کلاس با احتمال‌های پیشین برابر $p(w_1) = p(w_2)$ و توابع توزیع گوسی به‌صورت داده شده را در نظر بگیرید. در صورتی‌که $a \times b - c \times c = 1$، شرایطی‌که باید بر مقادیر a، b، c، d و e حاکم باشد تا مرز تصمیم به صورت خط باشد، کدام است؟

$$p(x \mid w_1) = N\left(\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}a & c\\c & b\end{bmatrix}\right) \quad p(x \mid w_2) = N\left(\begin{bmatrix}d\\e\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}\right)$$

۱) $a = 1, b = 1, c = 0, d \neq 0, e \neq 0$

۲) $a = 1, b = 1, c \neq 0, d \neq 0, e \neq 0$

۳) $a \neq 1, b \neq 1, c = 0, d \neq 0, e \neq 0$

۴) $a \neq 1, b \neq 1, c = 0, d \in \mathbb{R}, e \in \mathbb{R}$

۲۹- تابع چگالی احتمال $f(x;a) = \begin{cases} \frac{2x}{a^2} & \text{if } 0 < x \leq a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ را در نظر بگیرید. با فرض این‌که $x_1, x_2, \ldots, x_n$ نمونه‌هایی باشند که به صورت i.i.d از این توزیع انتخاب شده باشند، تخمین درست‌نمایی بیشینه برای پارامتر a از این تابع توزیع کدام است؟

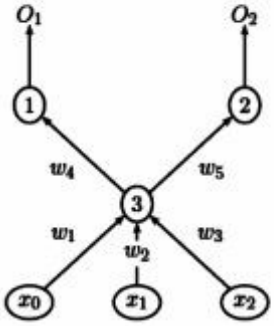
۱) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

۲) $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

۳) $\frac{2n}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$

۴) $\max(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

۳۰- شبکه عصبی زیر را که در آن نرون‌های $i = ۱,۲,۳$ از تابع سیگموید $\sigma(x) = \frac{۱}{۱+e^{-x}}$ به‌عنوان تابع فعال‌ساز استفاده می‌کنند در نظر بگیرید. خروجی هر نرون i را O_i می‌نامیم. فرض کنید در لحظهٔ t به ازای مقادیر ورودی $x_۰ = ۱$ ، $x_۱ = ۰$ ، $x_۲ = ۱$ و مقادیر وزن $w_۱ = ۳$ ، $w_۲ = ۲$ ، $w_۳ = ۲$ ، $w_۴ = ۳$ و $w_۵ = ۲$ مقادیر خروجی برابر با $y_۱ = ۰$، $y_۲ = ۱$ است. معادلهٔ وزن $w_۵$ پس از انتشار (Backpropagation) و در لحظهٔ $t+۱$ از کدام رابطه بدست می آید؟ (نرخ یادگیری را η در نظر بگیرید.)



۱) $w_۵^{t+۱} = ۲ + \eta O_۲^۲ (۱ - O_۲)^۲ O_۳$

۲) $w_۵^{t+۱} = ۲ + \eta O_۲ (۱ - O_۲)^۲ O_۳$

۳) $w_۵^{t+۱} = ۲ + \eta O_۲^۲ (۱ - O_۲) O_۳$

۴) $w_۵^{t+۱} = ۲ + \eta O_۲ (۱ - O_۲) O_۳$

۳۱- در دسته‌بند ماشین بردار پشتیبان برای دسته‌بندی داده‌های دو دسته‌ای، کمترین فاصله دو بردار پشتیبان که از دو دسته مختلف انتخاب شده باشند، کدام است؟
(بردار w ضرایب ابرصفحه جداکننده را مشخص می‌کند.)

۱) $\frac{۲}{\|w\|}$

۲) $\frac{۲}{\|w\|^۲}$

۳) $\frac{۱}{\|w\|^۲}$

۴) $\frac{۱}{\|w\|}$

۳۲- در روش K-fold cross validation، اگر K افزایش یابد، کدام مورد درخصوص خطای تخمین زده شده درست است؟

۱) خطای تخمین زده شده افزایش می‌یابد.
۲) خطای تخمین زده شده کاهش می‌یابد.
۳) خطای تخمین زده شده تغییر نمی‌کند.
۴) نمی‌توان درباره تغییر خطا صحبت نمود.

۳۳- بعد VC یک مدل مخلوط گوسی با دو مؤلفه که دارای ماتریس کوواریانس یکسان هستند، کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۳۴- درخصوص انتخاب مجموعه Bootstrap از یک مجموعه n عضوی که هر عضو آن P بعد دارد، کدام مورد درست است؟

۱) نمونه‌برداری n نمونه بدون جایگزینی
۲) نمونه‌برداری $\sqrt{P}$ نمونه با جایگزینی
۳) نمونه‌برداری n نمونه با جایگزینی
۴) نمونه‌برداری P نمونه با جایگزینی

۳۵- فرض کنید H مجموعه تمام دسته‌بندهایی باشد که $VC(H)=5$ است. یک مجموعه آموزشی $S=\{(x_1,t_1),(x_2,t_2),(x_3,t_3),(x_4,t_4)\}$ در اختیار داریم، که x_i نمونه و t_i برچسب آن است و الگوریتم یادگیری یک دسته‌بند $h\in H$ را با کمینه نمودن خطای آموزشی انتخاب می‌کند. اگر هیچ‌گونه اطلاعات دیگری درباره مجموعه H نداشته باشیم، کدام مورد در خصوص $h(x_5)$ درست است؟

(توجه شود $h(x_5)$ برچسب نمونه x_5 است که در مجموعه آموزشی وجود ندارد.)

۱) با توجه به اینکه خطای آموزشی صفر است، دسته‌بند بیش برازش شده و x_5 درست برچسب زده نمی‌شود.

۲) با توجه به اینکه خطای آموزشی صفر است، هیچ سخنی درباره برچسب x_5 نمی‌توان گفت.

۳) با توجه به اینکه خطای آموزشی صفر است، لذا همیشه برچسب x_5 درست انتخاب می‌شود.

۴) با توجه به اینکه خطای آموزشی صفر است، برچسب x_5 درست انتخاب می‌شود.

۳۶- کدام مورد درخصوص بعد VC برای دسته‌بند در فضای ویژگی دوبعدی، درست نیست؟

۱) بعد VC دسته‌بند پرسپترون خطی برابر ۳ است.

۲) بعد VC دسته‌بندی که داخل دایره را مثبت اعلام می‌کند برابر ۳ است.

۳) بعد VC دسته‌بندی که داخل مثلث را مثبت اعلام می‌کند برابر ۷ است.

۴) بعد VC دسته‌بندی که مرز تصمیم‌گیری آن یک خط موازی یکی از محورهای مختصات است برابر ۲ است.

۳۷- اگر $K1$ یک هسته معتبر باشد، در کدام مورد $K(x,y)$ لزوماً هسته معتبر نیست؟

۱) $K(x,y)=\exp(K1(x,y))$

۲) $K(x,y)=aK1(x,y)$ برای $a>0$

۳) $K(x,y)=x^TAy$ برای هر ماتریس متقارن A

۴) $K(x,y)=f(x)K1(x,y)f(x)$ برای هر تابع $f(x)$

۳۸- درصد خطای LOOCV (Leave one out cross validation) برای دسته‌بند 3NN روی مجموعه داده زیر چند درصد است؟



۱) ۰

۲) ۲۵

۳) ۳۰

۴) ۶۰

۳۹- در صورتی که از الگوریتم سلسله مراتبی پایین به بالا برای خوشه‌بندی $n=2^N$ داده $2^1,\dots,2^n$ استفاده کنیم، ارتفاع درخت خوشه‌بندی بر اساس معیار Complete link با استفاده از معیار فاصله اقلیدسی برابر با h خواهد بود. درصورتی که به جای معیار فاصله اقلیدسی از معیار فاصله $d(A,B)=\frac{\max(A,B)}{\min(A,B)}$ برای محاسبه فاصله دو نقطه A و B استفاده گردد، ارتفاع درخت خوشه‌بندی با استفاده از معیار Complete link برابر با k می‌باشد. رابطه h و k به چه صورت است؟

(در صورت تساوی فاصله‌ها، اولویت با ادغام خوشه‌ها از چپ به راست است.)

۱) $k=\log_2(h+1)$

۲) $k=h$

۳) $k=2^h$

۴) $k=2h$

۴۰- فرض کنید X و Y دو بردار در فضای N بعدی هستند. تابع هسته $K(X,Y)=(X^TY+1)^2$ ضرب داخلی بردارهای X و Y را در فضای چند بعدی هسته محاسبه می‌نماید؟

(X^TY بیانگر ضرب داخلی دو بردار X و Y است.)

۱) $\frac{(N+1)(N+2)}{2}$

۲) $\frac{N(N+1)}{2}$

۳) $2N+1$

۴) N^2

۴۱- فرض کنید n نمونه $x_1, x_2, \ldots, x_n$ به طور مستقل از تابع توزیع زیر نمونه‌برداری شده‌اند. تخمین درست‌نمایی بیشینه را برای پارامتر θ بدست آورید؟

$p(x;\theta)=\theta x^{(-\theta-1)}$ where $\theta>1$, $x\geq 1$

۱) $\max\left(1, \frac{\ln(\sum_{i=1}^{n} x_i)}{n}\right)$

۲) $\max\left(1, \frac{n}{\ln(\sum_{i=1}^{n} x_i)}\right)$

۳) $\max\left(1, \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)}\right)$

۴) $\max\left(1, \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)}{n}\right)$

۴۲- فرض کنید $x_i\ (i=1,\ldots,N)$، مقادیر ویژگی مربوط به N نمونه از دسته w_1 با میانگین μ_1 و $y_i\ (i=1,\ldots,N)$ مقادیر ویژگی مربوط به N نمونه از دسته w_2 با میانگین μ_2 باشند. در انتخاب ویژگی به کمک آزمون فرض‌ها، فرض صفر H_0 چگونه تعریف می‌شود؟

۱) $\mu_1-\mu_2=0$

۲) $\mu_1-\mu_2>0$

۳) $\mu_1-\mu_2<0$

۴) میانگین دسته‌ها تأثیری ندارد.

۴۳- در یک مسئله دسته‌بندی دو دسته‌ای، داده‌های دسته‌های ۱ و ۲ از توزیع گوسی با میانگین‌های به ترتیب $\mu_1=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ و $\mu_2=\begin{bmatrix}3\\3\end{bmatrix}$، با ماتریس کوواریانس برابر با $\sum^{-1}=\begin{bmatrix}0/95 & -0/15\\ -0/15 & 0/55\end{bmatrix}$ نمونه‌برداری شده‌اند. حال نمونه $x=\begin{bmatrix}1\\2/2\end{bmatrix}$ داده شده است و می‌خواهیم توسط دسته‌بند بیزی که با داده‌های بالا آموزش دیده‌اند دسته‌بندی کنیم. کدام مورد درست است؟

۱) فاصله نمونه x تا دسته C1 برابر ۲/۱۵ است و کمتر از فاصله این نمونه تا دسته C2 که برابر است با ۲/۴۱ است. بنابراین نمونه x برچسب دسته C1 را می‌گیرد.

۲) فاصله نمونه x تا دسته C1 برابر ۲/۴۱ است و بیشتر از فاصله این نمونه تا دسته C2 که برابر است با ۲/۱۵ است. بنابراین نمونه x برچسب دسته C2 را می‌گیرد.

۳) فاصله نمونه x تا دسته C1 برابر ۲/۹۵ است و کمتر از فاصله این نمونه تا دسته C2 که برابر است با ۳/۶۷ است. بنابراین نمونه x برچسب دسته C1 را می‌گیرد.

۴) فاصله نمونه x تا دسته C1 برابر ۳/۶۷ است و بیشتر از فاصله این نمونه تا دسته C2 که برابر است با ۲/۹۵ است. بنابراین نمونه x برچسب دسته C2 را می‌گیرد.

۴۴- ماتریس کوواریانس داده‌های ورودی برابر است با $\sum=\begin{bmatrix}52 & 36\\ 36 & 73\end{bmatrix}$، می‌خواهیم با روش PCA این داده‌ها را به یک بعد کاهش دهیم. کدام مورد مؤلفه اصلی این داده‌ها را نشان می‌دهد؟

۱) $u_1=\begin{bmatrix}-0/6\\-0/8\end{bmatrix}$

۲) $u_1=\begin{bmatrix}-0/6\\0/8\end{bmatrix}$

۳) $u_1=\begin{bmatrix}0/6\\-0/8\end{bmatrix}$

۴) $u_1=\begin{bmatrix}0/6\\0/8\end{bmatrix}$

۴۵- محیطی به‌صورت زیر داریم، که دارای پنج حالت A, B, C, D, E است. محیط هنگامی‌که در حالت‌های A و E قرار می‌گیرد به‌ترتیب پاداش ۱۰+و ۱+ را به عامل داده و فرایند تمام می‌شود. در بقیه حالت‌های محیط، عامل پاداش صفر را دریافت می‌کند. عامل در هر یک از حالت‌های محیط تنها یکی از دو کنش سمت چپ و سمت راست را انتخاب می‌کند. با فرض اینکه محیط قطعی است مقدار $\gamma=1$ است. کدام مورد درخصوص سیاست بهینه درست است؟

+۱۰	۰	۰	۰	+۱
A	B	C	D	E

۱) هنگامی که محیط در حالت B است، کنش بهینه سمت چپ است.

۲) هنگامی که محیط در حالت B است، کنش بهینه سمت راست است.

۳) هنگامی که محیط در حالت D است، کنش بهینه سمت راست است.

۴) هنگامی که محیط در حالت C است، کنش‌های سمت چپ و سمت راست دارای احتمال انتخاب یکسان هستند.