@RayanAzmoon

کد کنترل

262

F

262F

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

عصر پنج‌شنبه
۹۷/۲/۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ـ سال ۱۳۹۷

مجموعه علوم کامپیوتر ـ کد (۱۲۰۹)

تعداد سؤال: ۱۳۵

مدت پاسخگویی: ۲۴۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۳۵	۳۱	۶۵
۳	ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه	۳۰	۶۶	۹۵
۴	مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها	۲۰	۹۶	۱۱۵
۵	ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات	۲۰	۱۱۶	۱۳۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or the phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

1- Animal welfare science is an emerging field that seeks to answer questions ---------- by the keeping and use of animals.
1) raised 2) resolved 3) settled 4) evolved

2- The low soil fertility problem can be ---------- by applying the appropriate lime and organic fertilizers.
1) traced 2) preceded 3) mitigated 4) necessitated

3- The chef furnished his assistant with very explicit instructions regarding the ---------- to be used for the new dish.
1) properties 2) aesthetics 3) ceremonies 4) ingredients

4- The problem of power cut was so important that we decided not to bother about the other ---------- issues that were not much of a concern at that time.
1) gradual 2) peripheral 3) tranquil 4) lucrative

5- Everybody knows that Ted is a chronic procrastinator; he ---------- puts off doing his assignments until the last minute.
1) spontaneously 2) marginally 3) habitually 4) superficially

6- The world's governments have made a joint ---------- to significantly reduce greenhouse gas emissions by the year 2030.
1) malady 2) determination 3) involvement 4) pledge

7- Scientists do their best try to ---------- themselves from their biases and be objective.
1) detach 2) delete 3) ignore 4) strengthen

8- The local businessman accused the newspaper of defaming him by publishing an article that said his company was ---------- managed.
1) seriously 2) centrally 3) poorly 4) crucially

9- Landing a plane on an aircraft carrier requires a great deal of ----------, as you can crash if you miss the landing zone by even a little bit.
1) determination 2) precision 3) rationality 4) consultation

10- New growth of the body's smallest vessels, for instance, enables cancers to enlarge and spread and contributes to the blindness that can ---------- diabetes.
1) cause 2) halt 3) identify 4) accompany

PART B: Cloze Passage
Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Estimates of the number of humans that Earth can sustain have ranged in recent decades from fewer than a billion to more than a trillion. (11) ----------, since "carrying capacity" is essentially a subjective term. It makes little sense to talk about carrying capacity in relationship to humans, (12) ---------- and altering both their culture and their physical environment, (13) ---------- can thus defy any formula (14) ---------- the matter. The number of people that Earth can support depends on (15) ----------, on what we want to consume, and on what we regard as a crowd.

11- 1) It is probably unavoidable that such elasticity
2) Such elasticity is probably unavoidable
3) It is such elasticity probably unavoidable
4) That it is probably unavoidable for such elasticity

12- 1) that adapt their capability 2) whose capability is adapted
3) who are capable of adaptation 4) who are capable of adapting

13- 1) therefore 2) because 3) and 4) next

14- 1) might settle 2) might be settling
3) that might settle 4) which it might settle

15- 1) how we on Earth want to live 2) Earth where we want to live
3) where we want to live in on Earth 4) where do we want to live on Earth

PART C: Reading Comprehension:
Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

The term geometric modeling first came into use in the early 1970s with the rapidly developing computer graphics and computer-aided design and manufacturing technologies. It refers to a collection of methods used to define the shape and other geometric characteristics of an object. Geometric modeling embraces an area often called computational geometry and extends beyond this to the newer field of solid modeling, creating an elegant synthesis of geometry and the computer.

When we construct a model of something, we create a substitute of that thing – a representation. We cast it into a more convenient form, easier for us to use and analyze. If the model is a good one, it will respond to our proddings and questions in the same way that the original would. We try to abstract only the information essential for our objectives while ignoring other information. For many applications, the geometric model of a physical object may require the complete description of surface reflectance properties, texture, and color; or it may include only information on the elastic properties of the object's material. We can determine the detail required in a

model by the uses and operations to which we intend to subject it. If the model is rich enough in descriptive detail, we can perform operations on it that yield the same results as operations performed on the object itself.

We use geometric-modeling methods to construct a precise mathematical description of the shape of a real object or to simulate some process. The construction itself is usually a computer-aided operation, with the model stored in, and analyzed by, a computer. Using a computer is, in fact, central to the entire geometric-modeling process. Without computational power, we would be unable to construct and analyze sophisticated models of any practical importance.

16- The term geometric modeling ----------.

1) refers to a practical discipline representing geometric shapes in computer
2) refers to a theoretical discipline as computational geometry
3) deals with the new field of solid modeling as a tool for manufacturing
4) is concerned with shapes regardless of their geometric properties

17- Computional geometry ----------.

1) deals with practical issues related to solid modeling
2) is included in a wider discipline named geometric modeling
3) is an extension of geometric modeling
4) extends the early developments in computer graphics

18- Which word best gives the meaning of the underlined word "substitute" in the second paragraph?

1) Reflection 2) Transition 3) Rotation 4) Replacement

19- A practical representation of an object in a computer has been made possible by ---------- .

1) the sophisticated computer systems
2) use of general properties of the object
3) theoretical developments in computational geometry
4) construction of good models through the use of tools developed by geometric modeling

20- To simulate a process for practical purposes, ----------.

1) sophisticated models and technologies are not needed
2) one needs a high performance parallel computer
3) one makes use of methods developed in geometric modeling
4) there is no need for mathematical description of the process

PASSAGE 2:

In three-dimensional computer graphics, fractal techniques have been used to generate terrain models and the easiest techniques involve subdividing the facets of the objects that consist of triangles or quadrilaterals. A recursive subdivision procedure is applied to each facet, to a required depth or level of detail, and a convincing terrain model results. Subdivision in this context means taking the midpoint along the edge between two vertices and perturbing it along a line normal to the edge. The result of this is to sub-divide the original facets into a large number of smaller facets, each having a random orientation in three-dimensional space about the original facet orientation. The initial global shape of the object is retained to an extent that depends on the

perturbation at the subdivision and a planar four-sided pyramid might turn into a 'Mont Blanc' shaped object.

Most subdivision algorithms are based on a formulation by Fournier, Fussell and Carpenter (1982) that recursively subdivides a single line segment. This algorithm was developed as an alternative to more mathematically correct, but expensive, procedures suggested by Mandelbrot. It uses self-similarity and conditional expectation properties of fractional Brownian motion to give an estimate of the increment of the stochastic process. The process is also Gaussian and the only parameters needed to describe a Gaussian distribution are the mean (conditional expectation) and the variance.

The procedure recursively subdivides a line (tl,*f*l), (t2,*f*2) generating a scalar displacement of the midpoint of the line in a direction normal to the line.

To extend this procedure to, say, triangles or quadrilaterals in three dimensional space, we treat each edge in turn generating a displacement along a midpoint vector that is normal to the plane of the original facet I (Figure 12.2). Using this technique we can take a smooth pyramid, say, made of large triangular faces and turn it into a rugged mountain.

Fournier categorizes two problems in this method – internal and external consistency. Internal consistency requires that the shape generated should be the same whatever the orientation in which it is generated, and that coarser details should remain the same if the shape is replotted at greater resolution.

21- With the use of subdivision, ----------.

1) computational complexity increases
2) only simple shapes can be reasonably represented
3) a satisfactory terrain model is obtained
4) some details of an object are eliminated

22- Compared to the procedures suggested by Mandelbrot, subdivision algorithms ----------.

1) need less computing effort
2) may require sophisticated stochastic processing
3) need more computing effort but are more accurate
4) are more accurate and need less computing effort

23- The mean for the description of the Gaussian distribution is ----------.

1) the mean under a certain condition
2) only used when expectations are high
3) needed when the variance is ignored
4) used when a large value of variance is expected

24- Choose the description that best fits the underlined word "quadrilaterals" in the first paragraph.

1) Quadratic terms
2) Quadrangles
3) Right triangles
4) Equilateral triangles

25- By the internal consistency due to Fournier, for a shape replotted at a greater resolution, ----------.

1) consistency may be lost
2) more details are added
3) the coarser details should be preserved
4) the preserved coarser details may change depending on the orientation

PASSAGE 3:

The study of optimization as an independent topic must, of course, be regarded as a branch of applied mathematics. As such it must look to various areas of pure mathematics for its unification, clarification, and general foundation. One such area of particular relevance is functional analysis.

Functional analysis is the study of vector spaces resulting from a merging of geometry, linear algebra, and analysis. It serves as a basis for aspects of several important branches of applied mathematics including Fourier series, integral and differential equations, numerical analysis, and any field where linearity plays a key role. Its appeal as a unifying discipline stems primarily from its geometric character. Most of the principal results in functional analysis are expressed as abstractions of intuitive geometric properties of ordinary three-dimensional space.

Some readers may look with great expectation toward functional analysis, hoping to discover new powerful techniques that will enable them to solve important problems beyond the reach of simpler mathematical analysis. Such hopes are rarely realized in practice. The primary utility of functional analysis for the purposes of this book is its role as a unifying discipline, gathering a number of apparently diverse, specialized mathematical tricks into one or a few general geometric principles.

26- According to the passage, functional analysis ----------.

1) has no relation to optimization
2) is an area of mathematics being useful in optimization
3) is an area of applied mathematics with no relevance to pure mathematics
4) is an area of pure mathematics with no relevance to applied mathematics

27- The word "diverse" is paragraph 3 means ----------.

1) important 2) explicit 3) particular 4) various

28- Functional analysis serves as a basis in areas dealing with ----------.

1) linear forms 2) geometric designs
3) complex structures 4) analytical aspects of linear algebra

29- Functional analysis ----------.

1) is unable to solve important problems
2) can be expected to solve all important problems
3) is expected to do as well as the simpler mathematical analysis
4) offers techniques to solve problems that cannot be solved by mathematical analysis alone.

30- Geometry ---------- functional analysis.

1) plays no important role in
2) is, in principle, the same as
3) is served as a tool to diversify
4) along with linear algebra and analysis are the main ingredients of

@RayanAzmoon

دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

۳۱- حاصل عبارت $\frac{\sin x+\sin ۲x+...+\sin ۶x}{\cos x+\cos ۲x+...+\cos ۶x}$ کدام است؟

۱) $-\tan\frac{۵}{۲}x$

۲) $-\tan\frac{۷}{۲}x$

۳) $\tan\frac{۵}{۲}x$

۴) $\tan\frac{۷}{۲}x$

۳۲- اگر $a_n=\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{(۱-\cos x)^{\frac{n}{۲}}}{x^n}$، آنگاه کدام گزینه در مورد سری $\sum\limits_{n=۱}^{\infty}a_n$ درست است؟

۱) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n\neq ۰$

۲) سری همگرای مطلق است.

۳) سری همگرای مشروط است.

۴) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=۰$ اما سری واگرا است.

۳۳- اگر $f(x)=\int_{۱}^{\ln x}te^{t^۴}dt$ و $g(x)=\int_{۱}^{e^x}(x-t)f(t)dt$، آنگاه $g''(۰)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $-f(۱)$

۳) $f(۱)$

۴) $۲f(۱)$

۳۴- مقدار $\int_{۰}^{۱}x\,Arc\tan x\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}-۱$

۲) $\frac{\pi}{۴}-\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{\pi}{۲}+۱$

۴) $\frac{\pi}{۴}+\frac{۱}{۲}$

۳۵- سری تیلور تابع $f(x)=\ln(2+2x+x^2)$ حول نقطه $x=-1$ کدام است؟

۱) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}(x+1)^n$

۲) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{2n}(x+1)^{2n}$

۳) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{2n}(x+1)^n$

۴) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}(x+1)^{2n}$

۳۶- طول منحنی پارامتری $\begin{cases}x=\cos t+t\sin t\\ y=\sin t-t\cos t\end{cases}$ از $t=0$ تا $t=\pi$، کدام است؟

۱) π^2

۲) π^3

۳) $\frac{\pi^3}{3}$

۴) $\frac{\pi^2}{2}$

۳۷- اگر $\alpha x+\beta y+\gamma z=\lambda$ یک صفحه مماس بر رویه $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}+z^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ باشد، مقدار $(\frac{\lambda}{\alpha})^2+(\frac{\lambda}{\beta})^2+(\frac{\lambda}{\gamma})^2$ کدام است؟

۱) a^2

۲) $a^{\frac{4}{3}}$

۳) $3a^2$

۴) $3a^{\frac{4}{3}}$

۳۸- اگر $w=z+x^2$ و $v=y+z^2$ و $u=x+y^2$، آنگاه مقدار $\frac{\partial x}{\partial u}$ کدام است؟

۱) $8xyz$

۲) $1+8xyz$

۳) $\frac{1}{1+8xyz}$

۴) $\frac{1}{8xyz}$

۳۹- حجم جسم صلبی که بین صفحات $y=0$ و $z=0$ و $z=a-x+y$ و استوانه سهموی $y=a-\frac{x^2}{a}\ (a>0)$ محصور می‌باشد، کدام است؟

۱) $\frac{28}{5}a^3$

۲) $\frac{28}{15}a^2$

۳) $\frac{28}{15}a^3$

۴) $\frac{28}{5}a^2$

۴۰- اگر C منحنی حاصل از تقاطع صفحه $3x+2y+z=6$ و استوانه $x^2+y^2=4$ در جهت راستگرد باشد و $\vec{F}(x,y,z)=x^2y\vec{i}-xy^2\vec{j}+z^3\vec{k}$ آنگاه $\int_C \vec{F}.d\vec{r}$ کدام است؟

۱) -8π

۲) -6π

۳) 6π

۴) 8π

۴۱- فرض کنید $\mathcal{P}$ گردایه همه افرازهای مجموعه اعداد طبیعی $\mathbb{N}$ باشد. رابطهٔ R را روی $\mathcal{P}$ به این صورت تعریف می‌کنیم: برای هر دو عضو P_1 و P_2 از $\mathcal{P}$ گوییم P_1 با P_2 در رابطه است (P_1RP_2) اگر و تنها اگر هر عضو از افراز P_1 زیرمجموعهٔ عضوی از افراز P_2 باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) $R=\phi$

۲) R رابطهٔ همانی روی $\mathcal{P}$ است.

۳) R یک رابطهٔ ترتیب جزئی است.

۴) R یک رابطهٔ هم‌ارزی روی $\mathcal{P}$ است.

۴۲- کدام گزینه درست است؟ (متغیرها مقید به اعداد حقیقی‌اند.)

۱) $\exists x\ \forall z\ \forall y\ (x+z<y)$

۲) $\exists x\ \exists y\ \forall z\ (x+z<y)$

۳) $\exists x\ \forall z\ \exists y\ (x+z<y)$

۴) $\exists x\ \exists z\ \forall y\ (x+z<y)$

۴۳- فرض کنید A مجموعهٔ همهٔ چهارضلعی‌هایی در صفحهٔ $\mathbb{R}^2$ باشد، که مختصات رئوس آنها اعداد گویا هستند و B مجموعهٔ همهٔ مربع‌هایی در صفحهٔ $\mathbb{R}^2$ باشد که طول ضلع هر یک عددی گویا است. کدام گزینه درست است؟ (در گزینه‌های زیر $\aleph_0$ عدد اصلی مجموعهٔ اعداد طبیعی و $\mathfrak{c}$ عدد اصلی $\mathbb{R}$ است.)

۱) اعداد اصلی A و B هر دو $\aleph_0$ است.

۲) عدد اصلی A مساوی $\mathfrak{c}$ و عدد اصلی B مساوی $\aleph_0$ است.

۳) اعداد اصلی A و B هر دو $\mathfrak{c}$ است.

۴) عدد اصلی A مساوی $\aleph_0$ و عدد اصلی B مساوی $\mathfrak{c}$ است.

۴۴- کدام گزینه درست است؟

۱) هر مجموعه که با یک زیرمجموعهٔ واقعی (سره) خود هم عدد باشد، نامتناهی است.

۲) هر مجموعه که زیرمجموعه‌ای نامتناهی داشته باشد، ناشمارا است.

۳) هر زیرمجموعهٔ نامتناهی از یک مجموعهٔ ناشمارا، شمارا است.

۴) هر مجموعه که با یک زیرمجموعهٔ خود هم عدد باشد، نامتناهی است.

۴۵- فرض کنید A، B، C و D مجموعه‌هایی دلخواه باشند. کدام گزینه درست نیست؟

۱) $(A\times B)\cap(C\times D)=(A\cap C)\times(B\cap D)$

۲) $(A\times B)\cup(C\times D)=(A\cup C)\times(B\cup D)$

۳) $(A\times B)\cap(A\times C)=A\times(B\cap C)$

۴) $(A\times B)\cup(A\times C)=A\times(B\cup C)$

۴۶- بُعد فضای جواب دستگاه $\begin{cases} x_1+4x_2-3x_3=0 \\ 2x_1+5x_2-4x_3=0 \\ 3x_1+9x_2-7x_3=0 \end{cases}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۴۷- اگر $W=\left\{\begin{bmatrix} 2x+3y & \frac{2}{3}x+y \\ x+\frac{3}{2}y & 4x+6y \end{bmatrix} \middle| x,y\in\mathbb{R}\right\}$، آنگاه dimW کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۴۸- اگر A ماتریس وارون‌پذیر و $A^{-1}B$ پوچ‌توان باشد، در مورد ماتریس $A+B$ کدام مورد صحیح است؟

۱) پوچ‌توان است.

۲) پوچ‌توان نیست.

۳) وارون‌پذیر است.

۴) وارون‌پذیر نیست.

۴۹- فرض کنید $A\in M_{10}(\mathbb{R})$ و $rank(A)=9$. دراین‌صورت $rank(adj(A))$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۹

۴) ۱۰

@RayanAzmoon

۵۰- فرض کنید $A \in M_{۱۰}(\mathbb{R})$ و عناصر روی قطر A همگی صفر و عناصر بالای قطر اصلی همگی ۱ و عناصر پایین قطر اصلی همگی ۱- باشند. A چند مقدار ویژه حقیقی دارد؟

۱) ۱۰

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۰

۵۱- دنباله $x_n = \sin n + \sin \frac{(n+۱)\pi}{۲n}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱) حد بالای دنباله $(\limsup x_n)$ برابر ۲ است.

۲) حد پایین دنباله $(\liminf x_n)$ برابر ۱- است.

۳) حد پایین دنباله $(\liminf x_n)$ برابر ۲- است.

۴) حد بالای دنباله $(\limsup x_n)$ برابر ۱ است.

۵۲- اگر $\{x_n\} \subseteq \mathbb{R}^+$ و $\ell = \lim \frac{x_{n+۱}}{x_n}$ موجود باشد، در مورد $k = \lim x_n$ چه می‌توان گفت؟

۱) $k < \ell$

۲) $k = \ell$

۳) $k > \ell$

۴) $k = \begin{cases} ۰ & \ell < ۱ \\ +\infty & \ell > ۱ \end{cases}$

۵۳- فرض کنید $f(۰) = ۰$ و f در نقطه ۰ مشتق‌پذیر است و k یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک است. مقدار $\lim_{x \to ۰} \frac{۱}{x}(f(x) + f(\frac{x}{۲}) + f(\frac{x}{۳}) + \cdots + f(\frac{x}{k}))$ کدام است؟

۱) $(۱ + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \cdots + \frac{۱}{k})f'(۰)$

۲) $\frac{k(k+۱)}{۲} f'(۰)$

۳) $kf'(۰)$

۴) حد وجود ندارد.

۵۴- توابع $f(x) = e^{\frac{-۱}{x}}$ و $g(x) = e^{\sin(x^۲)}$ را بر بازهٔ $(۰ , +\infty)$ در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱) f و g پیوسته یکنواخت هستند.

۲) f و g پیوسته یکنواخت نیستند.

۳) f پیوسته یکنواخت است ولی g پیوسته یکنواخت نیست.

۴) g پیوسته یکنواخت است ولی f پیوسته یکنواخت نیست.

۵۵- فرض کنید A زیر مجموعه سره و ناتهی R باشد و $R - A$ همبند باشد. کدام گزینه در مورد مجموعه A درست است؟

۱) A همبند است.

۲) A بی‌کران است.

۳) A می‌تواند فشرده باشد.

۴) A می‌تواند شمارا باشد.

۵۶- فرض کنید A، $m\times n$، $m \geq n$، ستون‌های مستقل خطی دارد. در این صورت، جواب مسأله $\min_{x} \| Ax - b \|_2$ کدام است؟

۱) می‌تواند وجود نداشته باشد.

۲) وجود دارد و یکتاست اگر و تنها اگر $m = n$.

۳) همواره وجود دارد ولی لزوماً یکتا نیست.

۴) همواره وجود دارد و یکتاست.

۵۷- تابع $f(x) = x^{n+1}$ را روی نقاط متمایز $x_0, \ldots, x_n$ درونیابی می‌کنیم. چه شرطی روی نقاط گره‌ای $x_0, \ldots, x_n$ برقرار باشد تا درجه چند جمله‌ای درونیاب حداکثر $n-1$ باشد؟

۱) $\prod_{i=0}^{n}(x_i) = 0$

۲) $x_0 + x_1 + \cdots + x_n = 0$

۳) $f[x_0, x_1, \ldots, x_n] = 1$

۴) $f[x_0, x_1, \ldots, x_n] = x_0 + \cdots + x_n$

۵۸- فرض کنیم $f(x) = 2^x$ و $x_i = i$ ، $i = 0, \ldots, n$. اگر $f[x_0, \ldots, x_k] = \frac{1}{6}$ ، $k \geq 0$. در این‌صورت مقدار k کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۵۹- در یک دستگاه ممیزشناور نرمال شده در مبنای ۲، هر عدد حقیقی به‌صورت $\pm(0/d_1d_2d_3d_4) \times 2^{\pm d_5 d_6}$ ذخیره می‌شود که d_iها ارقام در مبنای ۲ هستند و $d_1 \neq 0$ ، وقتی عدد ناصفر است و ماشین در محاسبه گرد می‌کند. فاصله بین کوچک‌ترین عدد مثبت قابل نمایش و کوچک‌ترین عدد مثبت قابل نمایش بزرگ‌تر از ۱، چقدر است؟

۱) $\frac{3}{16}$

۲) $\frac{29}{32}$

۳) $\frac{17}{16}$

۴) $\frac{9}{8}$

۶۰- تابع $f(x)=\sin\frac{\pi x}{۳}$ را در نقاط ۰٫۱ و ۰٫۲− درونیابی کرده‌ایم. حداکثر خطای درونیاب حاصل، در نقطهٔ $x=-۱$ با توجه به فرمول خطای درونیابی کدام است؟

۱) $\frac{\pi^۳}{۱۶۲}$

۲) $\frac{\pi^۳}{۸۱}$

۳) $\frac{\pi^۲}{۱۸}$

۴) $\frac{\pi^۲}{۹}$

۶۱- میانگین و واریانس داده‌های $x_۱,\ldots,x_n$ به‌ترتیب برابر ۱۵ و ۱۲٫۵ است. ضریب تغییرات (cv) داده‌های $\frac{x_۱}{۲}+۱,\ldots,\frac{x_n}{۲}+۱$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۷\sqrt{۲}}$

۲) $\frac{۲\sqrt{۱۷}}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۲\sqrt{۱۹}}$

۴) $\frac{۲\sqrt{۱۹}}{۵}$

۶۲- به چند طریق می‌توان ۵ مهره یکسان را در ۶ جعبه مرتب شدهٔ کنار هم قرار داد به‌طوری‌که دو جعبه وسطی خالی نباشد؟

۱) $\binom{۱۰}{۵}$

۲) $\binom{۱۰}{۶}$

۳) $\binom{۸}{۳}$

۴) $\binom{۸}{۶}$

۶۳- ضرایب a و b و c در معادله درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ به‌ترتیب با پرتاب ۳ مرتبهٔ یک تاس به‌طور مستقل، تعیین می‌شود. احتمال اینکه معادله تشکیل شده با این ضرایب ریشه حقیقی داشته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۰۸}{۲۱۶}$

۲) $\frac{۴۳}{۲۱۶}$

۳) $\frac{۱۲۰}{۲۱۶}$

۴) $\frac{۵۴}{۲۱۶}$

۶۴- فرض کنید یک بازی را که شانس برد آن $\frac{۱}{N}$ است، بارها به‌طور مستقل بازی کنید. بدون استفاده از تقریب بزرگ نمونه‌ای توزیع‌ها حداقل تعداد دفعات به‌تقریب چقدر باشد تا شانس حداقل یک بار برنده شدن شما بیشتر از ۵۰٪ باشد؟

۱) $\frac{N-۱}{\ln ۲}$

۲) $(N-۱)\ln ۲$

۳) $\frac{N}{\ln ۲}$

۴) $N\ln ۲$

۶۵- در پرتاب یک سکه اگر شیر ظاهر شود، مجاز به پرتاب سکه دوم هستیم و در غیر این‌صورت دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یک بار ۶ مشاهده می‌شود؟

۱) $\frac{۱۱}{۷۲}$

۲) $\frac{۱۲}{۷۲}$

۳) $\frac{۱۱}{۳۶}$

۴) $\frac{۱۲}{۳۶}$

ساختمان داده‌ها، طراحی الگوریتم‌ها و مبانی نظریه محاسبه:

۶۶- اگر f_k نشان‌دهندهٔ kامین عدد در دنبالهٔ فیبونچی باشد، بهترین زمان برای محاسبه $f_{n^۲}$ چیست؟

۱) $O(n)$

۲) $O(n^۲)$

۳) $O(\log n)$

۴) $O(n \log n)$

۶۷- می‌خواهیم در یک آرایه از اعداد صحیح به طول n اندیس‌های i و j و k را پیدا کنیم که $x[i]^۲ + x[j]^۲ = x[k]^۲$ باشد. بهترین زمان ممکن برای این کار کدام است؟

۱) $O(n^۲)$

۲) $O(n^۳)$

۳) $O(n^۲ \log n)$

۴) $O(n \log n)$

۶۸- اگر در ذخیره‌سازی یک ماتریس آدرس خانه A[۰,۱] برابر ۷A۰۰ و آدرس خانه A[۱,۱] برابر ۷A۱۰ باشد (در مبنای ۱۶)، آن‌گاه ذخیره‌سازی ماتریس به چه صورتی است؟

۱) hash

۲) random

۳) column major

۴) row major

۶۹- در یک گراف غیرجهت‌دار با n رأس و e یال جمع درجه تمام رئوس کدام است؟

۱) ۲e

۲) ۲n

۳) $\frac{۲e-۱}{۲}$

۴) $\frac{۲n-۱}{۲}$

۷۰- اگر به یک آرایه عددی مرتب شده یک عنصر تصادفی اضافه کنیم، کدام الگوریتم برای مرتب‌سازی آن دارای بهترین زمان است؟

۱) Bubble sort

۲) Insertion sort

۳) Quick sort

۴) Selection sort

۷۱- تابع زمانی قطعه برنامه زیر کدام است؟

```
r = ۰
for i = ۱ to n
    for j = ۱ to i
        for k = j to i + j
            r = r + ۱
```

۱) $\frac{n(n+۱)}{۲}$

۲) $\frac{n^۳}{۶} + \frac{n^۲}{۲}$

۳) $\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$

۴) $\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶} + \frac{n(n+۱)}{۲}$

@RayanAzmoon

۷۲- در یک آرایهٔ عددی A به طول m برخی از عناصر ۱ تا n که m<n است، ظاهر شده‌انـد. بهتـرین الگـوریتم بـرای یافتن بزرگ‌ترین عنصری که در آرایه ظاهر نشده است، دارای چه مرتبه زمانی است؟

۱) $O(n)$

۲) $O(m)$

۳) $O(n \log n)$

۴) $O(m \log m)$

۷۳- اگر $T(n) = \sum_{i=1}^{n} (i + \frac{1}{i})$ باشد، حاصل نهایی $T(n)$ کدام است؟

۱) $\theta(n^2)$

۲) $\theta(n^2 + i^2)$

۳) $\theta(n^2 \ln n)$

۴) $\theta(n \ln n)$

۷۴- الگوریتم زیر چه عملی روی لیست پیوندی با آدرس شروع P انجام می‌دهد؟

```
list * listravel(list * P)
{
    list * h
  if(P == null)or(P → link == null)
        return(P)
   h = listravel(p → link)
   P → link → link = P
   P → link = null
   return h
}
```

۱) لیست پیوندی را تغییر نمی‌دهد.

۲) لیست پیوندی را برعکس می‌کند.

۳) اشاره‌گر انتهای لیست را به ابتدا می‌برد.

۴) اشاره‌گر ابتدای لیست را به انتها می‌برد.

۷۵- فرض کنید یک درخت دودویی T را یک بار پیمایش inorder و یک بار پیمایش postorder کرده‌ایـم. آخـرین عنصر در این دو پیمایش یکسان می‌باشد. دربارهٔ این درخت، کدام مورد صحیح است؟

۱) زیر درخت راست T خالی است.

۲) زیر درخت چپ T خالی است.

۳) درخت T یک درخت دودویی پر است.

۴) درخت T یک درخت دودویی کامل است.

۷۶- اگر $A_{۶\times۱۵}$ و $B_{۱۵\times۲۵}$ و $C_{۲۵\times۱۰}$ و $D_{۱۰\times۱۷}$ باشد، برای محاسبهٔ ABCD کدام پرانتزگذاری سریع‌تر است؟

۱) A((BC)D)

۲) (AB)(CD)

۳) (A(BC))D

۴) ((AB)C)D

۷۷- در کدام‌یک از درختان زیر ارتفاع دو زیر درخت هر گره‌ای حداکثر دارای فاصله ۱ است؟

۱) AVL

۲) Binary

۳) Splay

۴) Red - Black

۷۸- الگوریتم زیر برای آرایهٔ x با n عنصر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
f()
{
   s = new   AVL – Tree
   for i = ۱ to n do
          if  s. member(x[i])
              s.delete(x[i])
          else
              s.insert(x[i])
  for i = ۱ to n  do
        if not  s.member(x[i])
               return(false)
   return(True)
}
```

۱) اگر آرایه عنصر تکراری داشته باشد True بر می‌گرداند.

۲) اگر آرایه عنصر تکراری نداشته باشد True بر می‌گرداند.

۳) اگر تعداد رخداد تمام عناصر فرد باشد True بر می‌گرداند.

۴) از آرایه x تمام عناصر تکراری را حذف و آن را در یک درخت AVL قرار می‌دهد.

۷۹- در رابطه با استفاده از الگوریتم heapsort به‌عنوان الگوریتم مرتب‌سازی کمکی در مرتب‌سازی radix کدام جمله درست است؟

۱) می‌تواند استفاده بشود چون inplace است.

۲) نمی‌تواند استفاده بشود چون inplace نیست.

۳) می‌تواند استفاده بشود چون stable است.

۴) نمی‌تواند استفاده بشود چون stable نیست.

۸۰- در نوشته‌ای تعداد تکرار حروف A، B، C، D، E و F به ترتیب ۲۰۰ ، ۱۸۰ ، ۱۵۰ ، ۴۰ ، ۳۰ و ۲۰ بار می‌باشد. چنانچه آن نوشته را با استفاده از روش هافمن کد کنیم، طول کد تولید شده چند بیت خواهد بود؟

۱) ۱۳۷۰

۲) ۱۳۸۰

۳) ۱۳۹۰

۴) ۱۴۰۰

۸۱- فرض کنید A و B دو مسئلهٔ تصمیم‌گیری بوده و $A \leq_p B$ باشد (A در زمان چندجمله‌ای به B کاهش یابد). کدام گزینه درست است؟

۱) اگر B یک مسئلهٔ NP باشد آن‌گاه A یک مسئله NP - کامل است.

۲) اگر A یک مسئلهٔ NP - کامل باشد آن‌گاه B نیز NP - کامل است.

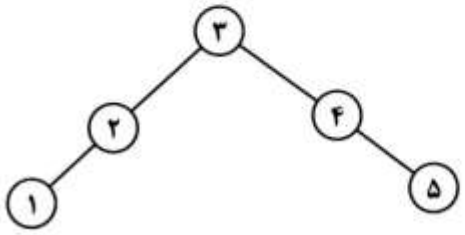
۳) اگر A یک مسئلهٔ NP باشد آن‌گاه B یک مسئلهٔ NP - کامل است.

۴) اگر B یک مسئلهٔ NP - کامل باشد آن‌گاه A نیز NP - کامل است.

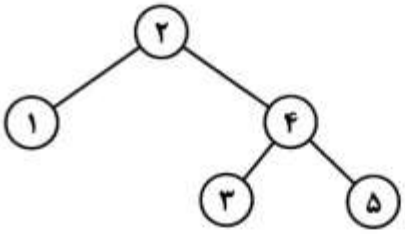
۸۲- درخت جستجوی دودویی بهینه برای نمونهٔ زیر کدام است؟

اعداد	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال جستجو	۰/۲	۰/۴	۰/۰۵	۰/۱	۰/۲۵

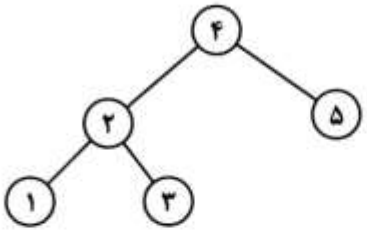
۱)



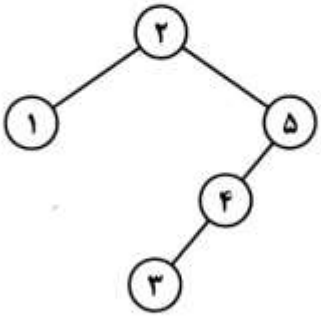
۲)



۳)



۴)



@RayanAzmoon

۸۳- کدام‌یک از الگوریتم‌های زیر حریصانه می‌باشد؟

a = Fractional knapsack

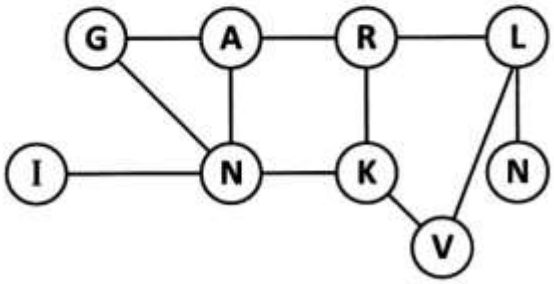
b = Dijkstra

c = Bellman – ford

d = kruskal

۱) a,b ۲) b,d ۳) a,b,d ۴) b,c,d

۸۴- در جستجوی عمق اول (Depth First Search) گراف زیر با فرض آن‌که گره A گره مبدأ باشد و گره‌های مجاور به یک گره به ترتیب حروف الفبای انگلیسی ملاقات شوند، کدام مورد ترتیب ملاقات گره‌ها را نمایش می‌دهد؟



۱) A – G – N – I – K – R – L – N – V

۲) A – G – N – I – R – K – L – V – N

۳) A – G – N – I – K – R – L – V – N

۴) A – G – N – I – K – R – V – L – N

۸۵- تابع زیر از چه مرتبه‌ای است؟

$$T(n) = 2T\left(\left\lfloor \sqrt{n} \right\rfloor\right) + \log n$$

۱) $O(n\log(n))$

۲) $O(\log(\log(n)))$

۳) $O(n\log(\log(n)))$

۴) $O(\log(n)\log(\log(n)))$

۸۶- کدام‌یک از جملات زیر صحیح است؟

۱) اگر L_1^* ، CFL باشد، پس L_1 ، CFL است.

۲) اگر L_1 ، CFL باشد و L_2 ، CFL نباشد پس $L_1.L_2$ می‌تواند CFL باشد.

۳) اگر L_1 ، CFL باشد و L_2 ، CFL نباشد پس $L_1.L_2$ ، CFL نیست.

۴) اجتماع بی‌نهایت زبان CFL، CFL است.

۸۷- فرض کنید یک مجموعه متناهی مانند $B \neq \emptyset$ که شامل اعداد صحیح است داده شده. حال هدف طراحی یک DFA روی الفبای ۰،۱ است به‌طوری که هر رشته مانند $x = x_1,...,x_n$ که به این DFA داده می شود در صورتی پذیرش می‌گیرد که:

$$\forall\, i \in B \quad x = x_1,...,x_n \quad x_i = 0$$

تعداد stateهای این ماشین در حالت مینیمال کدام است؟ (Max(B) به مفهوم ماکزیمم‌ترین عضو مجموعه B است.)

۱) $|B| + 1$

۲) $|B| + 2$

۳) $Max(B) + 1$

۴) $Max(B) + 2$

۸۸- فرض کنید L_2 و L_1 منظم است. حال زبان‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$L_1' = \left\{ w \mid w = u_1 v_1 u_2 v_2 \ldots u_n v_n \;,\; \begin{matrix} u_1 \ldots u_n \in L_1 \\ v_1 \ldots v_n \in L_2 \end{matrix} \qquad u_i, v_i \in \Sigma \right\}$$

$$L_2' = \left\{ w \mid w = u_1 v_1 u_2 v_2 \ldots u_n v_n \;,\; \begin{matrix} u_1 \ldots u_n \in L_1 \\ v_1 \ldots v_n \in L_2 \end{matrix} \qquad u_i, v_i \in \Sigma^* \right\}$$

کدام مورد صحیح است؟

۱) L_1' و L_2' منظم است.

۲) L_1' و L_2' نامنظم است.

۳) L_1' منظم ولی L_2' نامنظم است.

۴) L_2' منظم ولی L_1' نامنظم است.

۸۹- فرض کنید یک زبان روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ تعریف شده باشد به‌طوری که بین هر جفت a در رشته بتوان تعدادی فرد b یافت. DFA مینیمم روی این زبان شامل چند state است؟

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

۹۰- به ازای هر $k > 0$، state و حروف الفبای $\{0,1\}$، چه تعداد DFA با K، State می‌توان ارائه کرد؟

۱) $K^{2k} 2$

۲) $K^{k+1} 2^{2k}$

۳) $K^{2k+1} 2^{k}$

۴) $k^{2k} 2^{k+1}$

۹۱- زبان معادل با گرامر زیر کدام است؟

$S \to Ax \mid By$

$A \to By \mid Cw$

$B \to x \mid Bw$

$C \to y$

۱) $xw^{+}y + xwx + yw$

۲) $xw^{+}y + xwxy + ywx$

۳) $xw^{*}y + xw^{*}yx + ywx$

۴) $xw^{*}y + xwxy + ywx$

۹۲- رابطهٔ بازگشتی زیر چه زبانی را توضیح می‌دهد؟

$\Sigma = \{a, b\}$

$\lambda \in L$

$\forall x \in L \Rightarrow axab \in L \ , \ bx \in L$

۱) $L = \{x \in \Sigma^* \mid \Sigma^n (ab)^n\}$

۲) $L = \{x \in \Sigma^* \mid x = (ba)^n (ab)^n\}$

۳) $L = \{x \in \Sigma^* \mid x = a^n b^* (ab)^n\}$

۴) $L = \left\{x \in \Sigma^* \mid x = w(ab)^{n_a(w)}, w \in \Sigma^*\right\}$

۹۳- بر اساس چه مقداری از w ، L منظم می‌شود؟

$L = \left\{a^n w b^n \mid n \geq 0\right\}$

۱) $w \in \{a, b\}$

۲) $w \in \{a, b\}^*$

۳) $w \in \{c, d\}^*$

۴) هیچ‌کدام

۹۴- کدام‌یک از زبان‌های زیر بازگشتی است؟

۱) $L = \{< D > \mid$ D یک TM با مینیمم state است$\}$

۲) $L = \{< D > \mid$ D یک DFA با مینیمم state است$\}$

۳) $L = \{< D > \mid$ D یک NPDA با مینیمم state است$\}$

۴) $L = \{< D > \mid$ D یک PDA با مینیمم state است$\}$

۹۵- همهٔ جملات زیر صحیح‌اند، به جز:

۱) به ازای هر زیر مجموعه از یک زبان بازگشتی نمی‌توان یک decidable TM ارائه نمود.

۲) به ازای هر رشته در یک زبان غیربازگشتی می‌توان یک decidable TM ارائه نمود.

۳) به ازای هر زیر مجموعه از یک زبان غیربازگشتی نمی‌توان یک decidable TM ارائه نمود.

۴) می‌توان یک زیرمجموعه نامتناهی از یک زبان غیربازگشتی یافت که decidable TM باشد.

مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها:

۹۶- تعداد T در ستون آخر جدول ارزش گزارهٔ $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$ برابر است با:

۱) ۶

۲) ۵

۳) ۴

۴) ۳

۹۷- چه تعداد از استنتاج‌های زیر معتبر است؟

$\{\neg p, p \vee q\} \models q$

$\{p \vee q, \neg q \vee r\} \models p \vee r$

$\{p \to q, s \to t\} \models (p \vee s) \to (q \wedge t)$

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۰

۹۸- فرمول گزاره‌ای زیر، چه تعداد زیرفرمول گزاره‌ای دارد؟

$((p \to \neg q) \vee ((p \wedge r) \to s)) \to \neg r$

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۲

۹۹- فرض کنید $*$ یک رابط گزاره‌ای ۲ ـ موضعی باشد به‌طوری‌که $p*q$ غلط است اگر و تنها اگر p و q ارزش متفاوتی داشته باشند. در ستون آخر جدول ارزش گزارهٔ $(p*p)*(q*q)$ چند T وجود دارد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۰۰- چه تعداد از استنتاج‌های زیر در دستگاه استنتاج طبیعی برقرارند؟

$(\neg p) \vee (q \to p) \vdash \neg p \wedge q$

$(\neg r) \to (p \vee q), (r \wedge \neg q) \vdash r \to q$

$p \to (q \to r) \vdash p \to (r \to q)$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۰۱- تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ توانی مجموعهٔ $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$ برابر است با:

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۱۶

۴) ۳۲

@RayanAzmoon

۱۰۲- چه تعداد از ادعاهای زیر در مورد اصل استقرا در نظریهٔ مجموعه‌ها درست است؟

- حقیقتی بدیهی در مورد اعداد است.
- قضیه‌ای در نظریهٔ مجموعه‌ها است.
- یک تعریف است.

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۰۳- فرض کنید A مجموعهٔ همهٔ دایره‌های در صفحه با مرکز با مختصات گویا و شعاع اصم و B مجموعهٔ همهٔ رابطه‌های هم‌ارزی روی مجموعهٔ اعداد حقیقی باشد. کدام یک از ادعاهای زیر در مورد این دو مجموعه درست است؟

۱) A با $\mathbb{R}$ و B با $P(\mathbb{R})$ هم‌توان است.
۲) A با $\mathbb{N}$ و B با $P(\mathbb{N})$ هم‌توان است.
۳) A با $\mathbb{N}$ و B با $P(\mathbb{R})$ هم‌توان است.
۴) A با $\mathbb{R}$ و B با $\mathbb{R}$ هم‌توان است.

۱۰۴- دو جملهٔ $A:(\exists x_1)(\forall x_2)R(x_1,x_2)$ و $B:(\exists x_1)(\forall x_2)\neg R(x_1,x_2)$ را در نظر بگیرید. فرض کنید M_1 ساختار $([0,1]\cap\mathbb{Q},<)$ و M_2 ساختار $(\mathbb{Z},<)$ باشد. در این‌صورت:

۱) A در M_1 غلط و B در M_2 غلط است.
۲) A در M_1 درست و B در M_2 درست است.
۳) A در M_1 غلط و B در M_2 درست است.
۴) A در M_1 درست و B در M_2 غلط است.

۱۰۵- فرمول مرتبهٔ اول زیر به‌ترتیب چه تعداد متغیر آزاد و زیرفرمول دارد؟

$$(\forall x)(\exists y\, A(x,y)\rightarrow\exists y\,(B(x,y,z)\wedge D(z)))$$

۱) ۶،۱
۲) ۸،۲
۳) ۶،۲
۴) ۸،۱

۱۰۶- چه تعداد از خواص زیر در ساختار حسابی، بیان‌پذیر (تعریف‌پذیر) است؟

- اول بودن
- فرد بودن
- مربع کامل بودن

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۰۷- مجموعهٔ $\{p \wedge q, p \vee q, p \to q\}$، چه تعداد زیرمجموعهٔ ناتهی مستقل دارد؟

۱) ۱

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۱۰۸- با دو اتم q و p و دو رابط $\to$ و $\neg$، چند گزارهٔ غیر هم‌ارز که تناقض یا راستگو نباشند می‌توان ساخت؟

۱) ۲

۲) ۱۴

۳) ۱۶

۴) ۱۸

۱۰۹- در ستون آخر جدول ارزش گزارهٔ $((p \to p) \to p) \to (q \to p)$ چند مورد T وجود دارد؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۱۶

۱۱۰- چه تعداد از فرمول‌های زیر منطقاً معتبر است؟

$\forall x\, (\varphi(x) \leftrightarrow \psi(x)) \leftrightarrow (\forall x \varphi(x) \leftrightarrow \forall x \psi(x))$

$\forall x\, \exists y\, (\varphi(x) \vee \psi(y)) \to (\forall x \varphi(x) \vee \exists y\ \psi(y))$

$(\neg \forall x\, \exists y\ \theta(x,y)) \to \exists w\ \exists z\ \theta(w,z)$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۱۱- به چند طریق می‌توان یک مجموعهٔ n عضوی را به ساختاری برای یک زبان مرتبهٔ اول با یک نماد محمولی ۲ـ موضعی و یک نماد تابعی ۱ـ موضعی تبدیل کرد؟ $(n > 0)$

۱) $2^{n^2} \times n^n$

۲) $n^{n^n} \times 2^n$

۳) $n^{n^2} \times 2^n$

۴) $2^{n^n} \times n^n$

۱۱۲- چه تعداد از فرمول‌های زیر در یک ساختار مرتبهٔ اول دارای تساوی ارضاءپذیر هستند؟

$\forall x\ \forall y\, (x = y)$

$\forall x\ \forall y\, (x \neq y)$

$\forall x\ \exists y\ (x \neq y)$

۱) ۰ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۳- جایگزینی ترم t به جای متغیر y در چه تعداد از فرمول‌های A و B و C زیر، مجاز (آزاد) است؟

$t=f(x,g(y))$

$A:\forall x\ R(x,y)$

$B:\exists z\ (\forall x R(x,z)\rightarrow s(y))$

$C:\exists x\exists z(R(x,y)\rightarrow s(z))$

۱) ۰ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۴- فرمول $\forall x\ \forall y\exists z(x\leq z\leq y\vee y\leq z\leq x)\wedge(\neg\exists z\ \forall y\ z\leq y)$، در چه تعداد از ساختارهای ترتیبی اعداد طبیعی، اعداد صحیح، اعداد گویا و اعداد حقیقی درست است؟

۱) ۰

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۱۵- $\sum$ یک مجموعهٔ نامتناهی از جملات در یک زبان مرتبهٔ اول است. فرض کنیم به هر زیرمجموعهٔ متناهی $\sum$، می‌توان یک جملهٔ دیگر اضافه کرد به‌طوری‌که مجموعهٔ حاصل سازگار باشد. چه تعداد از ادعاهای زیر لزوماً درست است؟

- $\sum$ سازگار است.
- $\sum$ تمام است.
- $\sum$ مستقل است.

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

ریاضیات گسسته و مبانی ترکیبیات:

۱۱۶- فرض کنید $A=\{1,2,...,15\}$ ، چندتا از زیرمجموعه‌های A شامل دقیقاً سه عدد فرد هستند؟

۱) $\binom{8}{3}2^7$ ۲) $\binom{8}{3}$

۳) $2^{15}-2^6$ ۴) 2^7

۱۱۷- گراف K_{100} شامل چند زیرگراف یکریخت با ستاره $K_{1,4}$ است؟

۱) $\binom{100}{5}$ ۲) $96\binom{100}{5}$

۳) $96\binom{100}{4}$ ۴) $100\binom{100}{4}$

۱۱۸- مجموع اعداد ۶ رقمی که با رقم‌های ۴ و ۴ و ۴ و ۱ و ۱ و ۱ ساخته می‌شوند، کدام است؟

۱) ۵۵۵۵۵۵۰ ۲) ۶۶۶۶۶۶۰

۳) ۱۱۱۱۱۱۰۰ ۴) ۳۶۰×۵۵۵۵۵۵

۱۱۹- همه عبارات زیر درباره گراف G صحیح است، به‌جز:

۱) اگر G گراف دو بخشی باشد، آنگاه مکمل آن دوبخشی نیست.

۲) هرگراف دو بخشی با n رأس حداکثر $\frac{n^2}{4}$ یال دارد.

۳) گراف دو بخشی منتظم با تعداد فرد رأس وجود ندارد.

۴) اگر G یک گراف دو بخشی باشد، با حذف هر یال، دو بخشی باقی می‌ماند.

۱۲۰- بستار متعدّی رابطهٔ $R=\{(a,b),(b,c),(c,d),(d,b)\}$ دارای چند عضو است؟

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۱۴

۱۲۱- درخت T که دارای ۳ رأس درجهٔ ۵ است، حداقل دارای چند برگ است؟

۱) ۲

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۵

۱۲۲- طبق تعریف زیر، گراف G چند یال دارد؟

هر زیر مجموعه ۳ عضوی از مجموعه $x=\{۱,۲,...,۱۰\}$ را یک رأس G درنظر بگیرید. دو رأس A و B مجاورند اگر و تنها اگر اشتراک A و B تک عضوی باشد $(|A\cap B|=۱)$.

۱) ۱۲۰

۲) ۶۲۰

۳) ۱۲۶۰

۴) ۳۷۸۰

۱۲۳- گراف G از مرتبه ۱۵ با می‌نیمم درجه $\delta=۳$، دارای ۳ مؤلفه همبندی است. تعداد حداقل و حداکثر یال‌ها را با q_{min} و q_{max} نمایش می‌دهیم. در این صورت (q_{max} و q_{min}) کدام است؟

۱) $(۱۲,۳۰)$ ۲) $(۱۲,۳۳)$

۳) $(۱۴,۲۵)$ ۴) $(۱۴,۳۶)$

۱۲۴- گراف G با مجموعه رأس‌های $V=\{۲,۳,۴,...,۲۰\}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود که دو رأس i و j مجاور هستند اگر و تنها اگر i و j نسبت به هم اول باشند. کدام مورد درباره G درست است؟

۱) مسیر هامیلتونی دارد اما اویلری نیست.

۲) گراف اویلری است اما مسیر هامیلتونی ندارد.

۳) نه مسیر هامیلتونی دارد و نه گراف اویلری است.

۴) هم مسیر هامیلتونی دارد و هم گراف اویلری است.

۱۲۵- با استفاده از حروف کلمهٔ **falafel** چند کلمه به طول ۵ می‌توان ساخت؟

۱) ۲۷۰

۲) ۳۶۰

۳) ۴۸۰

۴) ۷۲۰

۱۲۶- چهار عدد متمایز از دنباله $-۴,-۳,-۲,-۱,۱,۲,۳,۴$ را انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه حاصل‌ضرب اعداد انتخاب شده مثبت باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۴}{۳۵}$

۲) $\frac{۸}{۳۵}$

۳) $\frac{۱۸}{۳۵}$

۴) $\frac{۱۹}{۳۵}$

۱۲۷- مجموعهٔ S با $۱\in S$ و ضابطهٔ استقرایی $x\in S\Rightarrow\left(x+۳\in S\ ,\ (x-۲)^۲+۲\in S\right)$ تعریف شده است. مقدار $|S\cap\{۱,۲,\ldots,۲۰\}|$ کدام است؟

۱) ۱۰

۲) ۱۱

۳) ۱۳

۴) ۱۴

۱۲۸- می‌خواهیم پنج زیرمجموعه A,B,C,D,E از مجموعهٔ $X=\{۱,۲,۳\}$ انتخاب کنیم به‌طوری که $A\cup B\cup C=D\cap E$. به چند طریق می‌توان اعضای این زیرمجموعه‌ها را انتخاب کرد؟ (پنج زیرمجموعه لزوماً متمایز نیستند.)

۱) ۱۰۲۴

۲) ۱۰۰۰

۳) ۷۲۹

۴) ۵۱۲

۱۲۹- چند گراف کامل دو بخشی وجود دارد که قابل تجزیه به ۳ درخت فراگیر باشد؟ (در تجزیه یک گراف به چند زیرگراف، هر یال گراف دقیقاً در یک زیرگراف ظاهر می‌شود.)

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

@RayanAzmoon

۱۳۰- اعداد مجموعه $\{1,2,...,n\}$ را با دو رنگ سیاه و سفید رنگ کرده‌ایم به‌طوری که تفاضل هر دو عدد سیاه، سفید است و تفاضل هر دو عدد سفید، سیاه است. حداکثر n چقدر است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) n هر عددی می‌تواند باشد.

۱۳۱- ضریب جملهٔ x^4 در عبارت زیر کدام است؟

$$(x+\sqrt{2}+1)^8+(x+\sqrt{2}-1)^8+(x-\sqrt{2}+1)^8+(x-\sqrt{2}-1)^8$$

۱) ۱۹۲۰
۲) ۲۰۱۸
۳) ۳۲۴۰
۴) ۴۷۶۰

۱۳۲- a و b دو رقم متمایز هستند به‌طوری که برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، مضربی طبیعی از n با ارقام a و b وجود دارد. a و b به‌ترتیب کدام است؟

۱) ۲,۱
۲) ۵,۱
۳) ۵,۳
۴) ۷,۰

۱۳۳- تعداد سه‌تایی‌های مرتب (x,y,z) از اعداد صحیح که در نامساوی $|x|+|y|+|z| \leq 6$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) ۶۷۲
۲) ۴۸۲
۳) ۳۷۷
۴) ۲۸۰

۱۳۴- تعداد ۷ نهال چنار، ۴ نهال سپیدار و ۳ نهال سرو باید در یک ردیف با رعایت شرایط زیر کاشته شوند:

نهال‌های ابتدا و انتهای ردیف چنار باشند.

هیچ دو نهال سرو مجاور هم نباشند.

هیچ دو نهال سپیدار مجاور هم نباشند.

هر نهال سرو بین یک چنار و یک سپیدار واقع شود.

انجام این کار به چند طریق ممکن است؟ (نهال‌های هم‌نوع، یکسان محسوب می‌شوند.)

۱) ۸۴۰
۲) ۶۲۰
۳) ۱۰۲۰
۴) ۱۱۴۰

۱۳۵- به چند طریق می‌توان مجموعه $\{1,2,3,...,1397\}$ را به ۴ زیرمجموعهٔ ناتهی افراز کرد که در هیچ یک، دو عدد متوالی وجود نداشته باشد؟

۱) $2^{1395}-1$
۲) $3^{1395}-2^{1394}$
۳) $3^{1396}+2^{1395}-1$
۴) $\frac{1}{2}\left(3^{1395}-2^{1396}+1\right)$

@RayanAzmoon