@RayanAzmoon

283F

283

F

نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۵/۱۲/۶
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل ـ سال ۱۳۹۶

رشتهٔ امتحانی علوم کامپیوتر (کد ۲۲۴۷)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعهٔ دروس تخصصی (ساختمان گسسته ـ منطق ـ نظریه علوم کامپیوتر)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه ـ سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

ساختمان گسسته:

۱- **فرض کنید G گرافی با ۱۷ رأس و ۹ یال است که دقیقاً یک دور دارد. G چند مؤلفه همبندی دارد؟**

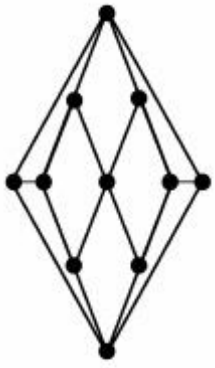
۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

۲- **کدام گزاره دربارهٔ گراف زیر صحیح است؟**



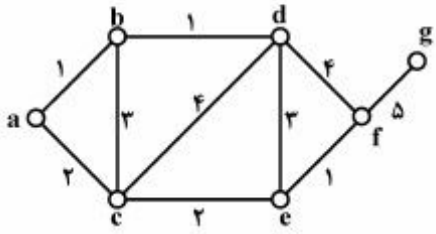
۱) دوبخشی است

۲) دارای مسیر اویلری است.

۳) دارای دور همیلتونی است.

۴) عدد رنگی یالی این گراف برابر ۵ است.

۳- **در گراف زیر با اجرای الگوریتم پریم با شروع از رأس a کدام دنباله از یال‌ها (از چپ به راست) انتخاب می‌شوند؟**



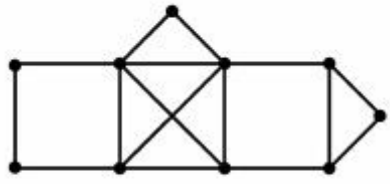
۱) ab , bd , ef , ce , ac , fg

۲) ab , bd , ac , ce , ef , fg

۳) ab , bd , ef , fg , ac , ce

۴) ab , ef , bd , ac , ce , fg

۴- **عدد رنگی (رأسی) گراف زیر چند است؟**



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۵- **در کدام گراف امکان ندارد درخت DFS، مسیر باشد؟**

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶- کدام رابطه صحیح است؟

۱) $\sum_{i=1}^{9}\binom{20}{2i+1}=2^{19}$

۲) $\sum_{i=0}^{10}\binom{20}{2i+1}=2^{19}$

۳) $\sum_{i=0}^{9}\binom{20}{2i}=2^{19}$

۴) $\sum_{i=1}^{10}\binom{20}{2i}=2^{19}$

۷- با شرایط زیر می‌خواهیم از میان ۳ نوع خودکار ۱۰۰ خودکار بخریم (الف) تعداد خودکارهای مشکی حداقل یک باشد. (ب) تعداد خودکارهای آبی زوج باشد. (ج) تعداد خودکارهای قرمز حداکثر یک باشد.
به چند طریق می‌توان این خرید را انجام داد؟ (خودکارهای هر رنگ، یکسان هستند)

۱) ۱۰۰

۲) ۴۹۵۰

۳) ۲۰۰

۴) ۹۹۰۰

۸- دنبالهٔ $\{x_n\}_{n\geq 0}$ در شرایط اولیهٔ $x_1=2$ و $x_0=1$ و به ازای $n\geq 2$ در رابطهٔ $x_n=2x_{n-1}-x_{n-2}+1$ صدق می‌کند. کدام گزینه درست است؟

۱) $x_{101}=4x_{50}+199$

۲) $x_{100}=x_{50}^4+3$

۳) $x_{101}=4x_{50}^4+203$

۴) $x_{100}=4x_{50}-3$

۹- می‌خواهیم با ارقام ۱، ۲ و ۳ یک عدد ۱۰ رقمی بسازیم. به طوری که بعد از رقم فرد، رقم زوج نباشد (از چپ به راست). چند عدد مختلف می‌توان ساخت؟

۱) ۲۰۴۷

۲) ۱۰۲۳

۳) ۲۰۴۸

۴) ۱۰۲۴

۱۰- فهرستی از سه حرف x، سه حرف y و سه حرف z در نظر بگیرید. به چند راه می‌توان این حروف را روی خط آرایش داد به طوری که دو یا سه x مجاور هم باشند؟

۱) ۷۰۰

۲) ۹۸۰

۳) ۱۵۴۰

۴) ۱۶۸۰

۱۱- در یک شهر فرضی سکّه‌های ۱ تومانی، ۵ تومانی، و ۹ تومانی رایج است. به چند طریق می‌توان از مغازه‌داری که پولی در بساط ندارد یک جنس ۲۰ تومانی خرید مشروط بر آنکه تعداد سکه‌های ۱ تومانی پرداختی از سکه‌های ۹ تومانی پرداختی کمتر نباشد؟

۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۹

۴) ۱۱

۱۲- بزرگترین مقدار عدد ثابت k را به دست آورید به طوری که جملهٔ زیر به ازای همهٔ مقادیر طبیعی n درست باشد.
«هر گراف همبند از مرتبهٔ n و با حداکثر $n+k$ یال مسطح است.»

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۳- قطر گراف برابر با حداکثر فاصلهٔ بین رئوس در گراف است. در گراف‌های همبند از مرتبهٔ ۱۰۰ و اندازهٔ ۱۰۰، اختلاف کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای قطر گراف، با کدام گزینه برابر است؟

۱) ۴۸

۲) ۹۵

۳) ۴۹

۴) ۹۶

۱۴- X مجموعه‌ای است شامل ۲۰ عدد حقیقی به طوری که مجموع هر ۱۰ عضو آن از ۱۰ کمتر نیست. چند تا از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟

الف) مجموع هر ۱۶ عدد از X، از ۱۶ کمتر نیست.

ب) مجموع هر ۵ عدد از X، از ۵ کمتر نیست.

ج) مجموع هر ۱۱ عدد از X، از ۱۱ کمتر نیست.

د) مجموع هر ۱۵ عدد از X، از ۱۵ کمتر نیست.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۵- فرض کنید G^k گرافی است که از روی گراف G و با وصل کردن هر دو رأس با فاصلهٔ حداکثر k به یکدیگر حاصل می‌شود.
چند تا از گراف‌های زیر مسطح هستند؟ (مسیر n رأسی با P_n و دور n رأسی با C_n نمایش داده شده است.)

الف) P_{10}^2 ب) P_{10}^3 ج) C_{10}^2 د) C_{11}^2

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

منطق:

۱۶- تمامیت قوی منطق محمولی معادل با کدام مورد است؟

۱) هر مجموعهٔ سازگار از جملات، ارضا شدنی است.

۲) هر مجموعه از جمله‌ها که مدل دارد، سازگار است.

۳) به ازای هر Γ و φ داریم $\Gamma \vdash \varphi$ یا $\Gamma \vdash \neg\varphi$

۴) به ازای هر Γ و φ ، اگر $\Gamma \vdash \varphi$ آنگاه $\Gamma \models \varphi$

۱۷- فرض کنید $\Sigma \not\models \sigma$ و $\Sigma \not\models \eta$، آنگاه لزوماً داریم:

۱) $\Sigma \cup \{\sigma \to \neg\eta\}$ سازگار است.

۲) $\Sigma \cup \{\neg\sigma , \neg\eta\}$ سازگار است.

۳) $\Sigma \cup \{\sigma \to \eta\} \models \sigma$

۴) $\Sigma \not\models \sigma \vee \eta$

۱۸- چه تعداد از مجموعه‌های زیر از رابط‌ها کامل است؟

- $\{\wedge, \vee, \bot\}$
- $\{\wedge, \vee, \to, \top\}$
- $\{\neg, \to\}$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۹- اگر بخواهیم منطق گزاره‌ای را به‌عنوان یک حالت خاص از منطق مرتبهٔ اول در نظر بگیریم، متغیرهای اتمی را در منطق مرتبهٔ اول چگونه باید تعبیر کنیم؟

۱) توابع صفر متغیّره

۲) توابع یک متغیّره

۳) روابط صفر متغیّره

۴) متغیّرهای فردی در زبان منطق مرتبهٔ اول

۲۰- کدام گزاره همان‌گو (راستگو) نیست؟

۱) $[(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C] \leftrightarrow (A \vee B \vee C)$

۲) $[(A \to B) \to A] \to A$

۳) $(A \to B) \vee (B \to C)$

۴) $[(A \to B) \wedge (C \to D)] \to [(A \vee C) \to (B \vee D)]$

۲۱- مجموعهٔ همهٔ جملات درست حسابی را به اصول حساب مرتبهٔ اول پئانو می‌افزاییم. چه تعداد از موارد زیر در مورد نظریهٔ حاصل درست است؟

- تمام است.

- سازگار است.

- تصمیم‌پذیر است.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۰

۲۲- فرم نرمال پیشوندی فرمول $\forall x\varphi(x) \to \exists x\Psi(x)$ کدام است؟

۱) $\exists x(\varphi(x) \to \Psi(x))$

۲) $\exists x(\neg\varphi(x) \vee \Psi(x))$

۳) $\exists x \exists x(\varphi(x) \to \Psi(y))$

۴) $\exists x \exists y(\neg\varphi(x) \vee \Psi(y))$

۲۳- فرض کنیم $\Sigma = \{p_1, p_1 \to p_2, p_2 \to p_3, \ldots\}$. کدام گزینه درست است؟ (p_n ها گزاره‌های اتمی هستند)

۱) Σ به‌طور بازگشتی اصل‌پذیر است ولی تصمیم‌پذیر نیست.

۲) Σ به‌طور بازگشتی اصل‌پذیر است ولی کامل نیست.

۳) Σ کامل است ولی تصمیم‌پذیر نیست.

۴) Σ کامل و تصمیم‌پذیر است.

۲۴- همه گزینه‌های زیر در مورد حساب مرتبهٔ اول پئانو (PA) صحیح‌اند، به‌غیر از:

۱) PA کامل نیست.

۲) مجموعهٔ نامتناهی $\{x > \circ, x > s(\circ), x > ss(\circ), \ldots\}$ سازگار است.

۳) هر دو مدل PA ، هم ارز مقدماتی‌اند.

۴) هر مدل PA ، نامتناهی است.

۲۵- همه موارد در ساختار $(\mathbb{N}, +, =)$ تعریف‌پذیر هستند، به‌غیر از:

۱) ترتیب $<$

۲) $\{1\}$

۳) تابع تالی

۴) تابع ضرب

۲۶- کدام‌یک از فرمول‌های زیر نامعتبر است؟

۱) $\forall x\exists y(\varphi(x) \to \psi(y)) \leftrightarrow \exists y\forall x(\varphi(x) \to \psi(y))$

۲) $\forall x\exists y(\varphi(x) \to \psi(y)) \to (\exists x\varphi(x) \to \exists y\psi(y))$

۳) $\forall x(\varphi(x) \to \psi(x)) \to (\forall x\varphi(x) \to \forall x\psi(x))$

۴) $\forall x(\neg\varphi(x) \to \psi(x)) \to (\exists x\neg\varphi(x) \to \forall x\psi(x))$

۲۷- مجموعهٔ $\Sigma = \{p, q, p \to q, p \vee q\}$ را در نظر بگیرید. چند زیر مجموعه مستقل از Σ وجود دارد که با Σ هم ارز منطقی است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۲۸- جدول ارزش‌ها را برای گزارهٔ $[(p \wedge q) \vee r] \to s$ تشکیل داده‌ایم. چند ۱ در ستون مربوط به آن دیده می‌شود؟

۱) ۱۱

۲) ۱۳

۳) ۱۴

۴) ۱۶

۲۹- چند گزارهٔ دوبه‌دو ناهم‌ارز σ با گزاره‌های اتمی p,q,r می‌توان ساخت بطوری‌که $\sigma \models (p \to (q \to r))$

۱) 2^7

۲) 2^3

۳) 2

۴) $2^7 - 2^2$

۳۰- فرض کنید T مجموعه‌ای از جمله‌های مرتبه اول و $\varphi(x)$ یک فرمول باشد به‌طوری‌که $T \not\models \varphi(x)$. در این‌صورت کدام گزینه لزوماً درست است؟

۱) $T, \forall x \neg \varphi(x)$ سازگار است.

۲) $T, \neg \forall x \varphi(x)$ سازگار است.

۳) $T, \forall x \varphi(x)$ سازگار است.

۴) $T, \exists x \varphi(x)$ ناسازگار است.

نظریه علوم کامپیوتر:

۳۱- کدام‌یک از توابع زیر، بازگشتی اولیه (primitive recursive) نیست؟

۱)
$$A(x,y) = \begin{cases} y+1 & : \quad x = 0 \\ A(x-1,1) & : \quad y = 0 \\ A(x-1, A(x,y-1)) & : \quad x \neq 0, y \neq 0 \end{cases}$$

۲) با فرض اینکه $g(x)$ بازگشتی اولیه است،
$$f(x,y) = \begin{cases} g(x) & : \quad y = 0 \\ f(f(x,y-1),y-1) & : \quad y \neq 0 \end{cases}$$

۳)
$$B(x) = \begin{cases} 2x & \text{اگر } x \text{ مربع کامل باشد:} \\ 2x+1 & \text{در غیر اینصورت:} \end{cases}$$

۴) با فرض این که $g(x)$ بازگشتی اولیه است: $f(x,y) = \overbrace{g(g(....g}^{y \text{ مرتبه}}(x)...))$

۳۲- کدام‌یک از احکام زیر نادرست است؟ ($\mathbf{dmn(f)}$ دامنهٔ تابعِ f است. φ_n ، ماشین تورینگ با کُد n است و K مجموعهٔ n هایی است که $(n \in dmn(\varphi_n))$

۱) عددی مثل n موجود است که $dmn(\varphi_n) = \{n\}$

۲) عددی مثل n موجود است که $n \in dmn(\varphi_n) = K$

۳) عددی مثل n موجود است که $n \notin dmn(\varphi_n) = K$

۴) الگوریتمی وجود دارد که به‌عنوان ورودی، (توصیفِ) یک ماشین تورینگ مثل T را می‌گیرد و در خروجی (توصیفِ) ماشین تورینگی را می‌دهد که دستِ کم برای یک ورودی، خروجی متفاوتی با خروجیِ T می‌دهد.

۳۳- فرض کنید $x \in \mathbb{R}$. کدام‌یک به‌طور مؤثری با تعریفِ محاسبه‌پذیریِ x معادل نیست؟

۱) دنبالهٔ ارقام x در یک بسط دوگانی (مبنای ۲) از آن توسط یک الگوریتم، محاسبه‌پذیر است.

۲) دنباله‌ای محاسبه‌پذیر از اعداد گویا مثل $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ موجود است طوری‌که برای هر $n \in \mathbb{N}$: $|x - x_n| < ۲^{-n}$

۳) دنباله‌ای محاسبه‌پذیر از اعداد گویا مثل $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ موجود است طوری‌که برای هر $n \in \mathbb{N}$: $|x - x_n| < ۱۰^{-n}$

۴) دنباله‌ای محاسبه‌پذیر از اعداد گویا مثل $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ موجود است طوری‌که برای هر $n \in \mathbb{N}$: $|x - x_n| < \frac{۱}{\log_۲ n}$

۳۴- مجموعه‌های بازگشتی شمارش‌پذیر تحت:

۱) عملگرهای اجتماع، اشتراک، الحاق و مکمل بسته است.

۲) عملگرهای اجتماع و اشتراک و الحاق بسته است ولی تحت مکمل بسته نیست.

۳) عملگرهای اجتماع و الحاق بسته است ولی تحت اشتراک و مکمل بسته نیست.

۴) عملگر اجتماع بسته ولی تحت اشتراک، مکمل و الحاق بسته نیست.

۳۵- با فرض این که $K_۱$ بازگشتی و $K_۲$ بازگشتی شمارش‌پذیر است و $\overline{K_۲}$ بازگشتی شمارش‌پذیر نیست و همچنین تابع‌های $f_۱$ و $f_۲$ محاسبه‌پذیر تام هستند، کدام‌یک از reduction های زیر انجام شدنی است؟

۱) $\overline{K}_۲ \leq_{f_۱} K_۲ \ , \ K_۱ \leq_{f_۲} K_۲$

۲) $\overline{K}_۲ \leq_{f_۱} \overline{K}_۱ \ , \ K_۲ \leq_{f_۲} K_۱$

۳) $K_۱ \leq_{f_۱} \overline{K}_۱ \ , \ K_۱ \leq_{f_۲} K_۲$

۴) $K_۲ \leq_{f_۱} K_۱ \quad \overline{K}_۲ \leq_{f_۲} K_۲$

۳۶- کدام‌یک از زبان‌های زیر روی الفبای $\sum = \{۰,۱\}$ تصمیم‌ناپذیر (Undecidable) است؟

۱) $L = \{<B, \omega> |$ B یک اتوماتون متناهی و قطعی است که ω را می‌پذیرد $\}$

۲) $L = \{<B> |$ B یک ماشین تورینگ است که ۰۰۱ را قبول می‌کند $\}$

۳) $L = \{<B> | L(B) = \phi$ B یک گرامر مستقل از متن است که $\}$

۴) $L = \{<B, \omega> |$ B یک اتوماتون متناهی و غیرقطعی است که ω را می‌پذیرد $\}$

۳۷- کدام گزاره درست است؟

۱) برای مجموعه‌های تصمیم‌ناپذیر $L_۱, ..., L_k$، مجموعهٔ $L_۱ \cup ... \cup L_k$ تصمیم‌ناپذیر است.

۲) برای مجموعه‌های بازگشتی شمارش‌پذیر L و K مجموعه K-L بازگشتی شمارش‌پذیر است.

۳) برای مجموعه تصمیم‌پذیر L و مجموعه بازگشتی شمارش‌پذیر K اگر $K \cup L$ تصمیم پذیر باشد آنگاه K نیز تصمیم‌پذیر است.

۴) برای زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر $L_۱, ..., L_k$، شرایط $L_i \cap L_j = \phi$ (برای $i \neq j$) و $L_۱ \cup ... \cup L_k = \Sigma^*$ نتیجه می‌دهد که همهٔ L_iها تصمیم‌پذیرند.

۳۸- کدام مجموعه تصمیم‌پذیر نیست؟

۱) مجموعهٔ ماشین‌های تورینگ که با حداقل یک ورودی هرگز متوقف نخواهند شد.

۲) مجموعهٔ ماشین‌های تورینگ که هرگز حرکتی به طرف چپ روی هیچ ورودیی نخواهند داشت.

۳) مجموعهٔ ماشین‌های تورینگ که با شروع از نوار خالی بالاخره یک نماد ناتهی روی نوار خواهند نوشت.

۴) مجموعهٔ ماشین‌های تورینگ که با شروع از نوار خالی به هیچ خانه‌ای بیش از یک‌بار وارد نمی‌شوند.

۳۹- کدام‌یک بازگشتی شمارش‌پذیر نیست؟

۱) خانوادهٔ همهٔ توابع بازگشتی ـ مقدماتی

۲) خانوادهٔ همهٔ توابع محاسبه‌پذیر جزئی

۳) خانوادهٔ همهٔ توابع محاسبه‌پذیر تام

۴) خانوادهٔ همهٔ مجموعه‌های شمارش‌پذیر بازگشتی

۴۰- در مورد مجموعهٔ کدهای ماشین‌های تورینگی که زبان آن‌ها دست کم دو عضوی است، چه می‌توان گفت؟

۱) این مجموعه و مکمل آن هردو مستقل از متن هستند.

۲) مکمل این مجموعه بازگشتی شمارش‌پذیر است.

۳) این مجموعه و مکمل آن هر دو تصمیم‌پذیر هستند ولی مستقل از متن نیستند.

۴) این مجموعه بازگشتی شمارش‌پذیر است ولی مکمل آن بازگشتی شمارش‌پذیر نیست.

۴۱- کدام‌یک از احکام زیر درست است؟

(φ_n ماشین تورینگ با کُد n است با یک ورودی و $\varphi_n(x)\uparrow$ یعنی φ_n با ورودی x متوقف نمی‌شود و هم‌چنین $\varphi_n(x)\downarrow$ یعنی φ_n روی ورودی x متوقف می‌شود)

۱) مجموعه‌ای نامتناهی مثل $B\subseteq\mathbb{N}$ وجود دارد بطوری‌که برای هر $x\in B$ داشته باشیم $\varphi_x(x)\uparrow$ و همچنین تابع مقابل محاسبه‌پذیر جزئی باشد:

$$f(x)=\begin{cases}1 & :\varphi_x(x)\downarrow\\ 0 & :x\in B\\ \uparrow & \text{در غیر اینصورت}:\end{cases}$$

۲) مجموعه نامتناهی $X\subseteq\mathbb{N}$ تصمیم‌پذیر است اگر و فقط اگر تابع اکیداً صعودی و محاسبه‌پذیر تام f موجود باشد بطوری‌که X برابر با برد f باشد.

۳) مجموعه‌ای نامتناهی مثل $B\subseteq\mathbb{N}$ وجود دارد طوری‌که برای هر $x\in B$ داشته باشیم $\varphi_x(x)\uparrow$ و همچنین تابع مقابل محاسبه‌پذیر جزئی نباشد:

$$f(x)=\begin{cases}1 & :\varphi_x(x)\downarrow\\ 0 & :x\in B\\ \uparrow & \text{در غیر اینصورت}:\end{cases}$$

۴) همهٔ گزینه‌ها درست است.

۴۲- کدام‌یک از عبارات زیر مجموعه رشته‌هایی روی $\Sigma=\{a,b\}$ را مشخص می‌سازد که طول آنها بیشتر از ۳ است؟

۱) $\Sigma^*\Sigma^*\Sigma^*\Sigma^*$

۲) $\Sigma\Sigma\Sigma^*\Sigma\Sigma$

۳) $\Sigma^*\Sigma^*\Sigma^+\Sigma^*\Sigma^*$

۴) $\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma$

۴۳- گرامر زیر کدام زبان را تولید می‌کند؟

$$S\to aaSA\quad,\quad S\to A\quad,\quad A\to bA\quad,\quad A\to\lambda$$

۱) $\{a^{2n}\,b^{n+1}:n\in\mathbb{N}\}$

۲) $\{a^{n}\,b^{2m}:n>m,m,n\in\mathbb{N}\}$

۳) $\{a^{2n}\,b^{m}:m,n\in\mathbb{N}\}$

۴) $\{a^{2n}\,b^{n}:n\in\mathbb{N}\}$

۴۴- کدام گزینه زبان عبارت منظم a^+ba^+ را تولید می‌کند؟

۱) $S \to AB , A \to aA \mid a \ , B \to bA$

۲) $S \to AbB , A \to aA \mid \lambda \ , B \to aB \mid \lambda$

۳) $S \to AB , A \to aS \mid a \ , B \to bA$

۴) $S \to aAbB , A \to aA \mid \lambda \ , B \to aB \mid \lambda$

۴۵- حداقل توان محاسباتی برای پذیرش زبان $\{a^n b^m \mid n < m\}$ کدام گزینه است؟

۱) اتوماتون متناهی

۲) ماشین تورینگ

۳) اتوماتون پشته‌ای

۴) اتوماتون خطی محدود (LBA)