@RayanAzmoon

کُدکنترل

265

A

265A

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

عصر پنج‌شنبه
۹۶/۲/۷

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ــ سال ۱۳۹۶

مجموعه علوم کامپیوتر ــ کد ۱۲۰۹

تعداد سؤال: ۲۴۰ — مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف		مواد امتحانی	تعدادسؤال	از شماره	تا شماره
۱	مشترک همهٔ رشته	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	اختصاصی رشته‌های علوم کامپیوتر و انفورماتیک	دروس پایه ۱ (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۳۱	۷۵
۳		دروس تخصصی ۱ (مبانی ترکیبیات، ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها)	۶۰	۷۶	۱۳۵
۴	اختصاصی رشته علوم تصمیم و مهندسی دانش	دروس پایه ۲ (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامبیوتر، ریاضیات گسسته)	۴۵	۱۳۶	۱۸۰
۵		دروس تخصصی ۲ (ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، تحقیق در عملیات ۱)	۶۰	۱۸۱	۲۴۰

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary
Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

1- By signing these papers, I agree to not --------- any of my company's financial records to anyone outside of my firm.
1) authorize 2) articulate 3) divulge 4) victimize

2- Without an antidote to treat the patient, the poisonous snakebite would prove ---------.
1) vulnerable 2) fatal 3) massive 4) extreme

3- Stifling a yawn, Jackie covered her mouth as she listened to one of her mother's --------- stories about her childhood.
1) interminable 2) credible 3) widespread 4) literal

4- After learning the lawyer accepted a bribe, the committee decided to --------- him and suspend his license.
1) encounter 2) retaliate 3) underestimate 4) rebuke

5- The government will --------- any property that has been purchased with money earned through illegal means.
1) resist 2) seize 3) eliminate 4) avoid

6- Now that I have got another offer of employment, which sounds as good as the earlier one, I am in a --------- as to which one to choose.
1) necessity 2) comparison 3) postponement 4) dilemma

7- Since there is a huge --------- between the results of the first and second experiment, the laboratory team will conduct a third test.
1) discrepancy 2) autonomy 3) randomness 4) opposition

8- To get a good grade on the research project, you must --------- your report with provable facts.
1) inform 2) outline 3) substantiate 4) interfere

9- We thought that the power cuts were temporary and would end but we have now realized that this is a --------- problem and will never end.
1) chaotic 2) perennial 3) fragile 4) memorable

10- If a --------- answer can provide the information requested, there is no reason to bore a person with a long response.
1) boundless 2) conceptual 3) concise 4) logical

PART B: Cloze Passage
Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

It is very easy to lead someone's memory astray. For example, if I witness a traffic accident and (11) --------- whether the car stopped before or after the tree, I am much more likely to "insert" a tree into my memory of the scene, (12) --------- no tree was actually present. This occurrence reflects the fact that when we retrieve a memory, we also re-encode it and during that process it is (13) --------- errors.

Elizabeth Loftus at the University of California, Irvine, and colleagues have shown that this "misinformation effect" can have huge implications for the court room, with experiments (14) --------- that eyewitness testimonies can be adversely influenced by misleading questioning. Fortunately, these findings also suggest ways for police, lawyers and judges to frame the questions (15) --------- they ask in a way that makes reliable answers more likely.

11- 1) I am later asked 2) later asking 3) to be asked later 4) later asked
12- 1) even then 2) so even 3) as if even 4) even if
13- 1) a possibility implanting 2) possible to implant
3) possibly to implant 4) possibility of implanting
14- 1) are repeatedly demonstrated 2) repeatedly demonstrating
3) that are demonstrated repeatedly 4) to demonstrate repeatedly
15- 1) that 2) when 3) because 4) even though

PART C: Reading Comprehension:

***Directions*: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.**

PASSAGE 1:

Hot potato (deflection) routing schemes. In networks where storage space at each node is limited, it may be important to modify the routing algorithm so as to minimize buffer overflow and the attendant loss of packets. The idea here is for nodes to get rid of their stored packets as quickly as possible, transmitting them on whatever link happens to be idle—not necessarily one that brings them closer to their destination.

To provide an example of such a scheme, let us assume that all links of the communication network can be used simultaneously and in both directions, and that each packet carries a destination address and requires unit transmission time on every link. Assume also that packets are transmitted in slots of unit time duration, and that slots are synchronized so that their start and end are simultaneous at all links. In a typical routing scheme, each node, upon reception of a packet destined for a different node, uses table lookup to determine the next link on which the packet should be transmitted; we refer to this link as the *assigned link of the packet*. It is possible that more than one packet with the same assigned link is received by a node during a slot; then at most one of these packets can be transmitted by the node in the subsequent slot, and the remaining packets must be stored by the node in a queue. The storage requirement can be eliminated by modifying the routing scheme so that all these packets are transmitted in the next slot; one of them is transmitted on its assigned link, and the others are transmitted on some other links chosen, possibly at random, from the set of links that are not assigned to any packet received in the previous slot. It can be seen that with this modification, at any node with d incident links, there can be at most d packets received in any one slot, and out of these packets, the ones that are transient (are not destined for the node) will be transmitted along some link (not necessarily their assigned one) in the next slot. Therefore, assuming that at most $d-k$

new packets are generated at node in a slot where k transient packets are to be transmitted, there will be no queueing, and the storage space at the node need not exceed $2d$ packets. A scheme of this type is used in the Connection Machine, a massively parallel computing system. A variation is obtained when storage space for more than $2d$ packets is provided, and the transmission of packets on links other than the ones assigned to them is allowed only when the available storage space falls below a certain threshold.

16- In networks, stored packets in a node may be sent through any available link ----------.

1) that has the fastest transmission rate
2) that incurs the lowest cost of transmission
3) only if they are taken closer to their destination
4) even if they may be driven farther away from their destination

17- Which of the following is closest in meaning to the word "synchronized" in paragraph 2?

1) Coupled 2) Crossed 3) Deviated 4) Regulated

18- Which element of a network is responsible for sending a packet towards its destination?

1) The receiving node of the packet. 2) The link on which a packet lies.
3) A central overlooking system. 4) The destination node.

19- What does the word "transient" in paragraph 2 mean?

1) Arbitrary 2) Permanent
3) Passing through 4) Still

20- If more than one packet with the same assigned link is received by a node, then in the next slot ----------.

1) all packets are kept in a queue
2) at least one packet is stored at the node
3) all packets are transmitted through other links
4) all packets are distributed to various nodes randomly

PASSAGE 2:

This phenomenon is not due to numerical effects; it is actually inherent in the polynomial interpolation process. Suppose we are given a finite arc of a smooth curve c. We can then sample the curve at parameter values t_i and pass the interpolating polynomial through those points. If we increase the number of points on the curve, thus producing interpolants of higher and higher degree, one would expect the corresponding interpolants to converge to the sampled curve c. This, however, is not generally true: there exist smooth curves for which this sequence of interpolants diverges. This fact is dealt with in numerical analysis, where it is known by the name of its discoverer: it is called the "Runge phenomenon".

As a second consideration, let us examine the cost of polynomial interpolation, i.e., the number of operations necessary to construct and then evaluate the interpolant. Solving the Vandermonde system requires roughly n^3 operations; subsequent computation of a point on the curve requires n operations. The operation count for the construction of the interpolant is much smaller for other schemes, as is the cost of evaluations (here piecewise schemes are far superior). This latter cost is the more

important one, of course: construction of the interpolant happens once, but it may be evaluated thousands of times!

21- If the number of points on the curve chosen for the interpolating polynomial increases, then the polynomial ---------- the sampled curve.

1) approaches 2) coincides with
3) gets closer to 4) may not be a good approximation of

22- The so- called "Runge phenomenon" ----------.

1) serves as a basis for numerical analysis
2) shows that interpolants are numerically ineffective
3) refers to a numerical difficulty arising in polynomial interpolation
4) gives an indication of convergence for polynomial interpolation

23- Which of the following is closest in meaning to the word "diverges" in paragraph 1?

1) Arrives at 2) Departs 3) Gets closer 4) Coincides

24- Solving the Vandermonde system may require ---------- operations.

1) approximately n^3 2) much more than n^3
3) almost n 4) much less than n^3

25- Piecewise interpolating polynomials are preferred because of their ----------.

1) lower costs for both construction and evaluation
2) lower costs for evaluation at the presence of higher costs for construction
3) low costs for construction at the expense of higher costs for evaluation
4) convenience of use while having higher costs for both construction and evaluation

PASSAGE 3:

During the past twenty years mathematics and engineering have been increasingly directed towards problems of decision making in physical or organizational systems. This trend has been inspired primarily by the significant economic benefits which often result from a proper decision concerning the distribution of expensive resources, and by the repeated demonstration that such problems can be realistically formulated and mathematically analyzed to obtain good decisions.

The arrival of high-speed digital computers has also played a major role in the development of the science of decision making. Computers have inspired the development of larger systems and the coupling of previously separate systems, thereby resulting in decision and control problems of correspondingly increased complexity. At the same time, however, computers have revolutionized applied mathematics and solved many of the complex problems they generated.

It is perhaps natural that the concept of best or optimal decisions should emerge as the fundamental approach for formulating decision problems. In this approach a single real quantity, summarizing the performance or value of a decision, is isolated and optimized (i.e., either maximized or minimized depending on the situation) by proper selection among available alternatives. The resulting optimal decision is taken as the solution to the decision problem. This approach to decision problems has the virtues of simplicity, preciseness, elegance, and, in many cases, mathematical tractability. It also has obvious limitations due to the necessity of selecting a single objective by which to measure results. But optimization has proved its utility as a mode of analysis and is firmly entrenched in the field of decision making.

26- Which of the following is closest in meaning to the word "tractability" in paragraph 3?
1) Precision
2) Unattractiveness
3) Easily manageable
4) Hardness

27- Decision making has found more applicability by ----------.
1) the development of computers
2) large instances of physical or organizational systems
3) precision offered through applied mathematics
4) parallelism offered by modern computers

28- Which of the following statements is true about computers?
1) They became more complicated over time to be useful for decision making.
2) They were a major cause for the development of applied mathematics.
3) They have advanced at a higher rate than advancement in decision making.
4) They incurred new complications in decision and control problems.

29- Optimization, benefiting from both computers and mathematics, ---------- decision making.
1) has restructured
2) has appeared to be a strong tool for
3) has an insignificant utility for
4) utilized analytical techniques in

30- The concept of best decision ----------.
1) serves to isolate decision making
2) is not necessarily useful for decision making
3) does not necessarily have the same meaning as the concept of optimal decision
4) serves as a basis in decision making

دروس پایه ۱ (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

۳۱- مقدار $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{e^{\frac{1}{n}}}{n^2+\frac{1}{n}}+\frac{2e^{\frac{2}{n}}}{n^2+\frac{2}{n}}+\ldots+\frac{ne^{\frac{n}{n}}}{n^2+\frac{n}{n}}\right)$ کدام است؟

۱) ۰
۲) e
۳) ۱
۴) $e-1$

۳۲- اگر تابع g وارون تابع $y=x^x$ باشد آنگاه مقدار حد $\lim_{y\to\infty}\frac{g(y)\ln(\ln y)}{\ln y}$ کدام است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ∞
۴) وجود ندارد.

@RayanAzmoon

۳۳- مقدار $\lim_{\alpha \to 0} \int_{\alpha}^{2\alpha} \frac{e^{-x}}{x} dx$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{1}{e}$

۳) $\ln 2$

۴) e

۳۴- اگر $\alpha > 0$ مقدار $\int_{0}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۲) $\frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۳) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۴) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۳۵- هر گاه p و q اعداد حقیقی و مثبت و $p \le q$ آنگاه $\int_{0}^{\infty} \frac{dx}{x^p + x^q}$ همگرا است اگر و تنها اگر ...

۱) $p>1, q>1$

۲) $p \le 1 < q$

۳) $p<1, q<1$

۴) $p<1<q$

۳۶- مقدار ماکزیمم تابع $f(x,y,z)=xy^2z^3$ بر روی $x+y+z=6$، $x>0$، $y>0, z>0$ کدام است؟

۱) ۱۰۶

۲) ۱۰۸

۳) ۱۰۹

۴) ۱۱۰

۳۷- مساحت رویهٔ حاصل از دوران منحنی قطبی $r = 1+\cos\theta$ حول محور x ها کدام است؟

۱) $\frac{64\pi}{5}$

۲) $\frac{32\pi}{5}$

۳) $\frac{16\pi}{5}$

۴) $\frac{8\pi}{5}$

۳۸- اگر x و y متغیرهای مستقل از هم و همچنین u و v نسبت به هم مستقل باشند و $x=u+v$ و $y=uv^2$، آنگاه $\frac{\partial v}{\partial x}$ کدام است؟

۱) $\frac{v}{3v+2x}$

۲) $\frac{3v}{v-2x}$

۳) $\frac{3v}{v+2x}$

۴) $\frac{v}{3v-2x}$

۳۹- اگر $\vec{F}=(z^2-x)\vec{i}+xy\vec{j}+3z\vec{k}$ یک میدان برداری و سطح S قسمتی از رویه، $z=4-y^2$، $z\geq 0$، بین صفحات $x=0$ و $x=3$ و n قائم یکه رویه بالای S (در جهت مثبت محور z ها) باشد، مقدار انتگرال سطح $\iint_S \vec{F}.\vec{n}\,d\sigma$ کدام است؟

۱) ۱۴۴

۲) ۱۴۳

۳) ۱۴۵

۴) ۱۴۶

۴۰- فرض کنیم A مجموعه تمام زیرمجموعه‌های متناهی $\mathbb{Q}$ باشد ($\mathbb{Q}$ مجموعه اعداد گویا). در این صورت:

۱) A متناهی است.

۲) A ناشمارا است.

۳) A شمارای نامتناهی است.

۴) A با مجموعه اعداد گنگ هم‌توان است.

۴۱- توابع $g:X\to Y$ و $f:Y\to Z$ را درنظر بگیرید. فرض کنید fog تابعی دوسویی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱) f پوشا و g یک به یک است.

۲) f و g هر دو یک به یک هستند.

۳) f یک به یک و g پوشا است.

۴) g و f هر دو پوشا هستند.

۴۲- در مجموعهٔ مرتب جزئی $(A,\preceq)$ ، فرض کنید $a\prec b$ به مفهوم $a\preceq b$ و $a\neq b$ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) $a\preceq b\Rightarrow a\prec b$

۲) $\sim(a\prec b)\Rightarrow b\preceq a$

۳) $\sim(a\preceq b)\Rightarrow b\prec a$

۴) $a\prec b\Rightarrow\sim(b\preceq a)$

۴۳- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱) $A\Delta(B\Delta C)=(A\Delta B)\Delta(A\cap C)$

۲) $A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)$

۳) $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$

۴) $A\cup(B\setminus C)=(A\cup B)\setminus(A\cup C)$

۴۴- فرض کنید p، q و r گزاره باشند. کدام گزینه درست است؟

۱) $(((p\Rightarrow q)\vee(p\Rightarrow r))\wedge\sim(q\wedge r))\Rightarrow\sim p$

۲) $((p\Rightarrow q)\wedge(p\Rightarrow r)\wedge\sim(q\wedge r))\Rightarrow\sim p$

۳) $((p\Rightarrow q)\Rightarrow(p\Rightarrow r))\Rightarrow(p\Rightarrow(q\wedge r))$

۴) $((p\Rightarrow q)\wedge(p\Rightarrow r))\Rightarrow(q\wedge r)$

۴۵- نقیض گزارهٔ زیر کدام است؟

هر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی زیرمجموعه‌ای دارد که شامل هیچ عدد گویایی نیست. $\mathbb{R}$ نمایش مجموعهٔ اعداد حقیقی و $\mathbb{Q}$ نمایش مجموعهٔ اعداد گویا است.

۱) $\exists A(A\subseteq\mathbb{R}\wedge\forall B(B\subseteq A\Rightarrow\exists x(x\in\mathbb{Q}\cap B)))$

۲) $\exists A(A\subseteq\mathbb{R}\wedge\forall B(B\subseteq A\Rightarrow\exists x(x\in\mathbb{Q}\Rightarrow x\in B)))$

۳) $\exists A(A\subseteq\mathbb{R}\Rightarrow\forall B(B\subseteq A\Rightarrow\exists x(x\in\mathbb{Q}\cap B)))$

۴) $\exists A(A\subseteq\mathbb{R}\wedge\forall B(B\subseteq A\wedge\exists x(x\in\mathbb{Q}\cap B)))$

۴۶- ماتریس‌های $A=\begin{bmatrix}a & ۱\\ -۲ & d\end{bmatrix}$ و $B=\frac{۱}{۲۵}\begin{bmatrix}۱۱۴ & ۴۸\\ ۴۸ & ۸۶\end{bmatrix}$ دارای مقادیر ویژه یکسانی هستند. در این صورت $a+d$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

@RayanAzmoon

۴۷- فرض کنیم $A=\begin{bmatrix}۱ & ۱ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۲ & ۳ & ۴\\ ۱ & ۴ & ۹ & ۱۶\\ ۱ & ۸ & ۲۷ & ۶۴\end{bmatrix}$، دترمینان A برابر کدام گزینه است؟

۱) ۶

۲) ۱۲

۳) ۱۸

۴) ۲۴

۴۸- فرض کنید $v=\begin{bmatrix}-۱\\ -۱\\ \sqrt{۲}\end{bmatrix}$ و $A=vv^T$. مقدار $Tr(A^۳-A^۲)$ کدام گزینه است؟

۱) ۱۶

۲) ۳۲

۳) ۴۰

۴) ۴۸

۴۹- اگر $A=\begin{pmatrix}۱ & ۲ & ۱ & ۲\\ ۲ & ۱ & ۳ & ۱\\ ۱ & ۳ & ۲ & ۱\\ ۲ & ۱ & ۱ & ۲\end{pmatrix}$ و $\lambda_۱ , \lambda_۲ , \lambda_۳ , \lambda_۴$ مقادیر ویژه A باشند، مقدار $\alpha=\lambda_۱^۲+\lambda_۲^۲+\lambda_۳^۲+\lambda_۴^۲$ کدام است؟

۱) ۴۶

۲) ۴۸

۳) ۵۰

۴) ۵۴

۵۰- فرض کنید A یک ماتریس ۵×۵ وارون‌پذیر با درایه‌های حقیقی مثبت باشد. در این‌صورت $A^{-۱}$ حداکثر می‌تواند چند درایه صفر داشته باشد؟

۱) ۱۸

۲) ۱۷

۳) ۱۵

۴) ۱۶

@RayanAzmoon

۵۱- اگر D و C و B و A ماتریس‌های $n\times n$ با درایه‌های حقیقی باشند که A و D وارون‌پذیر هستند و B و C وارون‌پذیر نباشند، کدام گزینه در مورد $M=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ صحیح است؟

۱) $\operatorname{rank} M > \operatorname{rank} A$

۲) M وارون‌پذیر است.

۳) $\operatorname{rank} M = \operatorname{rank} A$

۴) M وارون‌پذیر نیست.

۵۲- فرض کنید تابع غیرثابت $f:(0,\infty)\to(1,\infty)$ مشتق‌پذیر باشد و $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)+f'(x))=\ell\neq 0$. کدام گزینه درست است؟

۱) $\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)=0$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\ell$

۲) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)=\frac{\ell}{2}$

۳) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)=\ell$

۴) ممکن است حداقل یکی از حدود $\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ موجود نباشد.

۵۳- تابع $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ را با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+1} & ; x\in\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3},\ldots,\frac{1}{100}\right\} \\ 2\sqrt{2}\,x & ;\ \text{در غیر این صورت}\end{cases}$، در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱) f انتگرال‌پذیر ریمان نیست و $\int_0^1 f(x)dx=\ln(2)$

۲) f انتگرال‌پذیر ریمان است و $\int_0^1 f(x)dx=\sqrt{2}$

۳) f انتگرال‌پذیر ریمان است و $\int_0^1 f(x)dx=\ln(2)$

۴) f انتگرال‌پذیر ریمان نیست و $\int_0^1 f(x)dx=\sqrt{2}$

۵۴- کدام گزینه در مورد دنبالهٔ $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ درست نیست؟

۱) اگر $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله‌ای از اعداد صحیح و همگرا باشد آنگاه حد آن عدد صحیح است.

۲) اگر $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله‌ای از اعداد صحیح و همگرا باشد آنگاه از مرتبه‌ای به بعد دنباله ثابت است.

۳) اگر دنبالهٔ $\{a_n\}=\left\{\frac{p_n}{q_n}\right\}$ از اعداد گویا که $p_n,q_n\in Z$, $q_n\neq 0$, $(p_n,q_n)=1$ به عددی اصم همگرا باشد آنگاه $q_n\to\infty$

۴) اگر دنبالهٔ $\{a_n\}=\left\{\frac{p_n}{q_n}\right\}$ از اعداد گویا که $p_n,q_n\in Z$, $q_n\neq 0$, $(p_n,q_n)=1$ به عددی گویا همگرا باشد آنگاه $q_n\to\infty$

۵۵- اگر $A=\left\{\frac{1}{a(1-a)} \mid 0<a<1\right\}$ و B مجموعهٔ همه کران‌های پایین A باشد. آنگاه $SupB$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۵۶- تابع غیرثابت f بر $(1,+\infty)$ مشتق‌پذیر است. کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $\lim_{x\to+\infty} f'(x)=\ell>0$ آنگاه $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=\ell$

۲) اگر $\lim_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$ آنگاه $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$

۳) اگر $\lim_{x\to+\infty} f'(x)=0$ آنگاه $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

۴) اگر $\lim_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$ آنگاه $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

۵۷- فرض کنید $f: A\to\mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد. در کدام حالت کوشی بودن دنباله $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ در A، کوشی بودن $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$ را نتیجه می‌دهد؟

۱) $A=(-\infty,a]$

۲) $A=(a,b)$

۳) $A=(a,+\infty)$

۴) $A=(a,b]$

۵۸- کدام گزینه در مورد تابع $f(x)=\cos\frac{1}{x}$ درست است؟

۱) تابع f بر $(\frac{1}{2},1)$ پیوسته یکنواخت نیست.

۲) تابع f بر $(0,\frac{1}{2})$ پیوسته یکنواخت است.

۳) تابع f بر $(1,\infty)$ پیوسته یکنواخت است.

۴) تابع f بر هیچ زیر بازه بی‌کران پیوسته یکنواخت نیست.

۵۹- اگر $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ و $\lim_{x\to0} f\left(x\left(\frac{1}{x}-\left[\frac{1}{x}\right]\right)\right)=0$، مقدار $\lim_{x\to0} f(x)$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $f(0)$

۳) $f(1)$

۴) می‌تواند موجود نباشد.

۶۰- فرض کنید $a > 0$، در این صورت سری $\sum_{n=1}^{\infty} a^{\ln n}$ همگراست اگر و تنها اگر ...

۱) $a < 1$

۲) $a < \frac{1}{e}$

۳) $a < e$

۴) به ازای هیچ مقدار a همگرا نیست.

۶۱- کدام مجموعه نمی‌تواند مجموعهٔ نقاط حدی یک مجموعه باشد؟

۱) $\{1, 2, 3, \ldots\}$

۲) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots\right\}$

۳) $\left\{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right\}$

۴) $\{-1, \sqrt{2}, -\sqrt{3}, \sqrt{4}, \ldots\}$

۶۲- فرض کنید $f(x) = \sin\frac{1}{x}$ و $A = f^{-1}\left(\left\{\frac{1}{2}\right\}\right)$ و $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله‌ای با جملات متمایز در A باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ واگراست.

۲) $\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{6}{\pi}$

۳) $\lim_{n\to\infty} x_n = 0$

۴) $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ می‌تواند همگرا یا واگرا باشد.

۶۳- حد بالایی دنباله $\left\{\sin\frac{\pi}{n} + (-1)^n + \cos n\right\}_{n=1}^{\infty}$ برابر است با:

۱) ۰

۲) ۱

۳) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

۴) ۲

۶۴- فرض کنید $\hat{a}$ عدد حقیقی و غیرصفر و a گرد شدهٔ $\hat{a}$ به نزدیکترین عدد ماشین در یک دستگاه ممیز شناور در مبنای β با طول مانتیس t است. اگر e نمای β در نمایش a در این دستگاه باشد، آنگاه $\delta(a)$، یعنی خطای نسبی a ، در کدام نامساوی صدق می‌کند؟

۱) $\delta(a) \le \frac{1}{2}\beta^{1-t}$

۲) $\delta(a) \le \frac{1}{2}\beta^{e-t}$

۳) $\delta(a) > \frac{1}{2}e^{1-t}$

۴) $\delta(a) > \frac{1}{2}\beta^{e-t}$

۶۵- فرض کنید $g(x) = x - f(x)f'(x)$ و $f(\alpha) = 0$، تحت چه شرایطی همگرایی دنباله $\{x_n\}$ با ضابطهٔ $x_{n+1} = g(x_n)$ به α از مرتبه دست‌کم ۳ است؟ [فرض کنید $f \in C^3(\mathbb{R})$]

۱) $f'^2(\alpha) = 1$ و $f''(\alpha) = 3f'''(\alpha)$

۲) $f'^2(\alpha) = 1$ و $f''(\alpha) = 2f'''(\alpha)$

۳) $f'(\alpha) = 1$ و $f''(\alpha) = 3f'(\alpha)$

۴) $f'^2(\alpha) = 1$ و $f''(\alpha) = 0$

۶۶- تقریب $x\sqrt{x}$ دربازه $[1,2]$ با قطعه‌های خطی درون‌یاب را درنظر بگیرید. بازه $[1,2]$ دست کم به چند زیر بازه برابر تقسیم شود تا کران بالای خطای برشی برای درون یاب‌های خطی روی هر زیر بازه بیش از 3×2^{-7} نباشد؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۱۰

۶۷- فرض کنید $l_j(x)$ برای $j = 0,1,\ldots,n$ چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مبتنی بر نقاط متمایز $x_0, x_1, \ldots, x_n$ هستند با $n \ge 1$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\sum_{j=0}^{n} |l_j(x)| = 1$

۲) $\sum_{j=0}^{n} l_j(x) = 0$

۳) $\sum_{j=0}^{n} x_j l_j(x) = x^2$

۴) $\sum_{j=0}^{n} x_j^n l_j(x) = x^n$

۶۸- فرمول $\frac{۴f(x+h)-۸f(x+\frac{h}{۲})+۴f(x)}{h^۲}$ یک تخمین برای ..... است. (فرض کنید $f \in C^۳(\mathbb{R})$)

۱) $f'(x)$ با خطای برشی $o(h^۲)$

۲) $f''(x)$ با خطای برشی $o(h)$

۳) $f'(x)$ با خطای برشی $o(h^۳)$

۴) $f''(x)$ با خطای برشی $o(h^۲)$

۶۹- اگر برای محاسبه تخمین $\int_۱^۲ \frac{۱}{x} dx$ الگوریتم رامبرگ را با گام $h=\frac{۱}{۲}$ و تا دقت از مرتبه $O(h^۴)$ به کار ببریم آن‌گاه مقدار تقریبی انتگرال کدام است؟

۱) $\frac{۱۵}{۳۶}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۲۵}{۳۶}$

۴) $\frac{۱۵}{۲۴}$

۷۰- دستگاه مقابل چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$$\begin{cases} x_۱+x_۲+x_۳=۶ \\ x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۱۵ \end{cases}$$

۱) ۲۶۰

۲) ۲۷۰

۳) ۲۸۰

۴) ۲۹۰

۷۱- فرض کنید سکه‌ای سالم را ۱۲ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه تعداد شیرها دو برابر تعداد خط‌ها باشد کدام است؟

۱) $\frac{۹۲۴}{۲^{۱۲}}$

۲) $\frac{۴۹۵}{۲^{۱۲}}$

۳) $\frac{۵۵}{۲^{۱۰}}$

۴) $\frac{۳۳}{۲^{۱۱}}$

@RayanAzmoon

۷۲- فرض کنید $A_1,...,A_n$ پیشامدهای مستقلی باشند به‌طوری که برای هر $i = 1,...,n$ داشته باشیم $P(A_i) = \frac{1}{2}$.
احتمال اینکه حداکثر یکی از A_i ها رخ دهد کدام است؟

۱) $\frac{n-1}{2^n}$

۲) $\frac{n}{2^n}$

۳) $\frac{n-2}{2^n}$

۴) $\frac{n+1}{2^n}$

۷۳- احتمال انتخاب یک مته سالم p می‌باشد. A و B به ترتیب آنقدر مته آزمایش می‌کنند تا یک مته سالم بدست آید.
احتمال اینکه A قبل از B موفق شود چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2-p}$

۲) $\frac{2}{p-2}$

۳) $\frac{1}{p+2}$

۴) $\frac{P}{2}$

۷۴- احتمال اینکه استاد درس در هر جلسه کوئیز بگیرد $\frac{3}{5}$ است. اگر یک دانشجو در دو جلسه کلاس غایب شود،
احتمال اینکه حداقل یکی از کوئیزها را از دست داده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{21}{25}$

۲) $\frac{16}{25}$

۳) $\frac{9}{25}$

۴) $\frac{4}{25}$

۷۵- از بین ۵۰ مرد و ۴۰ زن ۱۰ نفر به تصادف انتخاب می‌شوند. سپس از بین ۱۰ نفر، یک نفر به تصادف به عنوان رهبر گروه انتخاب می‌شود. چقدر احتمال دارد رهبر گروه زن باشد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۹}$

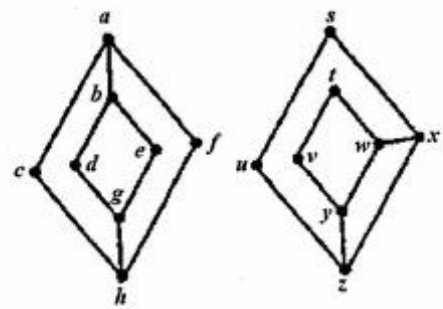
۳) $\frac{۴}{۱۰}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

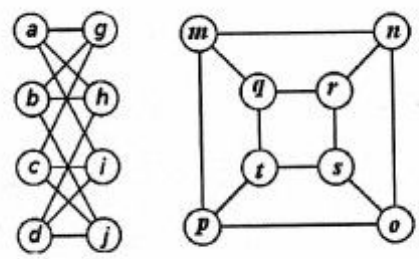
دروس تخصصی ۱ (مبانی ترکیبات، ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها):

۷۶- همه گراف‌های داده شده در زیر، یکریخت (ایزومورف) هستند، به‌جز:

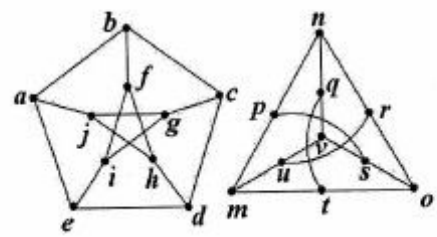
۱)



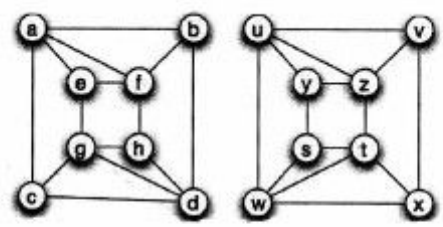
۲)



۳)



۴)



۷۷- می‌خواهیم ۱۳ آب‌نبات یکسان را بین ۳ کودک تقسیم کنیم به‌طوریکه اولاً هیچ کودکی بدون آب‌نبات نماند و ثانیاً تعداد آب‌نبات‌های کودک کوچکتر، از هر یک از دو کودک دیگر بیشتر، اما از مجموع آب‌نبات‌های آن‌ها کمتر باشد. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۵

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۲۲

۷۸- فرض کنید u و v دو رأس متمایز از گراف کامل ۶ رأسی K_6 باشند. چند مسیر بین u و v وجود دارد؟

۱) ۴۱

۲) ۵۳

۳) ۶۰

۴) ۶۵

۷۹- فرض کنید G گرافی $n+1$ رأسی باشد که با حذف هر رأس آن، دوبخشی می‌شود. کدام گزینه درخصوص G همواره درست است؟

۱) G دوبخشی است.

۲) G مسطح است.

۳) تعداد یال‌های G کمتر از $\frac{n^2}{4}+n+1$ است.

۴) متمم G دارای رأسی با درجه ۰ است.

۸۰- اگر $f(x)=\frac{1}{(1-x)^3}$ تابع مولّد دنباله $\{a_n\}_{n\geq 0}$ باشد، a_n کدام است؟

۱) n^2+1

۲) $\binom{n}{2}$

۳) $\binom{n+2}{2}$

۴) $\binom{n+1}{2}+1$

۸۱- فرض کنید G یک گراف همیلتونی n رأسی باشد که درجه هر رأس آن برابر با ۳ است. کدام گزینه درخصوص G، نادرست است؟

۱) یال‌های G را می‌توان به‌صورت اجتماع سه تطابق یال ـ مجزا افراز کرد.

۲) عدد رنگی‌یالی G برابر با ۴ است.

۳) تعداد یال‌های G، $\frac{3n}{2}$ است.

۴) G رأس برشی ندارد.

۸۲- تعداد توابع $f : \{1,2,3\} \to \{1,\ldots,9\}$ که دارای برد ۲ عضوی هستند، کدام است؟

۱) ۱۵۲۴

۲) ۱۵۳۰

۳) ۱۵۳۶

۴) ۱۵۴۲

۸۳- فرض کنید در دنباله $\{a_n\}_{n\geq 1}$ بین جمله a_{100} و a_{105} رابطهٔ $a_{105} - 3^5 a_{100} = 5^3 \times 3^{105}$ برقرار باشد، کدام مورد می‌تواند رابطه بازگشتی بین اعضای این دنباله را نشان دهد؟

۱) $a_{n+1} = 3a_n + 5$

۲) $a_{n+1} = 3a_n + 3^5$

۳) $a_{n+1} = 3a_n + 5^3$

۴) $a_{n+1} = 6a_n - 9a_{n-1}$

۸۴- تعداد توابع صعودی از $\{1,2,3\}$ به $\{1,2,3,4\}$ کدام است؟

۱) ۱۵

۲) ۲۰

۳) ۲۴

۴) ۳۴

۸۵- فرض کنید ۶ امتحان داریم که از ۱ تا ۶ شماره‌گذاری شده و به‌صورت زیر دانشجوی مشترک دارند. حداقل روزهای لازم برای برگزاری امتحان‌ها به‌طوری که هیچ دانشجویی در یک روز بیش از یک امتحان نداشته باشد،کدام است؟

۱,۲	۱,۶	۱,۳	۱,۵
۲,۳	۲,۶	۴,۵	۳,۴
۳,۶	۳,۵	۶,۵	

۱) ۶

۲) ۵

۳) ۴

۴) ۳

۸۶- فرض کنید در حرکت صفحهٔ xy هرگام حرکت به یکی از سه صورت زیر باشد:

الف: انتقال به بالا با بردار (۰,۱)

ب: انتقال به راست با بردار (۱,۰)

ج: انتقال قطری با بردار (۱,۱)

به چند طریق می‌توان از (۰,۰) به (۵,۵) رسید مشروط بر آنکه دقیقاً ۲ گام حرکت، قطری باشد؟

۱) ۵۶۰

۲) ۶۵۰

۳) ۷۸۰

۴) ۸۷۰

۸۷- دنباله $\{a_n\}_{n\geq 0}$ در شرایط اولیهٔ $a_0 = 0$ و $a_1 = 1$ و $a_2 = 2$ و به ازای $n \geq 3$ در رابطهٔ زیر صدق می‌کند. مقدار a_{100} برابر کدام گزینه است؟

$$2a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} - a_{n-3}$$

۱) $\frac{1}{3}(8 - 2^{96})$

۲) $\frac{1}{3}(8 - 2^{97})$

۳) $\frac{1}{3}(7 - 2^{96})$

۴) $\frac{1}{3}(7 - 2^{97})$

۸۸- تعداد ۱۳ درخت ۶ رأسی روی صفحهٔ کاغذ رسم شده‌اند. کدام حکم در مورد آن‌ها قطعاً درست است؟

۱) حداقل ۳ تا از آن‌ها یکریختند.

۲) حداقل ۴ تا از آن‌ها یکریختند.

۳) ممکن است هر دو تا از آن‌ها غیر یکریخت باشند.

۴) به ازای هر درخت ۶ رأسی دلخواه T، T با یکی از درخت‌های رسم شده یکریخت است.

۸۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱) از میان هر ۱۰۰۰ عدد صحیح متوالی حداقل یکی بر ۱۰۰۰ بخشپذیر است.

۲) اگر ۷ رنگ برای جلد کردن ۵۰ دفتر به کار برده شود، جلد حداقل ۸ دفتر همرنگ خواهد بود.

۳) از بین ۱۰۰ کتاب که مجموعاً ۹۷۵۴۳ صفحه دارند، حداقل یکی دارای بیش از ۹۷۵ صفحه است.

۴) می‌توان دنباله‌ای صعودی مانند $1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_{30} \leq 45$ از اعداد صحیح ساخت به‌طوریکه به ازای هر $1 \leq i, j \leq 30$ داشته باشیم $a_i - a_j \neq 13$

۹۰- تعداد ۱۷ نفر هر روز دور هم پشت یک میز گرد ناهار صرف می‌کنند، به طوری که هر فرد کنار دو نفری می‌نشیند که در روزهای پیش کنار آن‌ها ننشسته بود. این کار را چند روز می‌توان ادامه داد؟

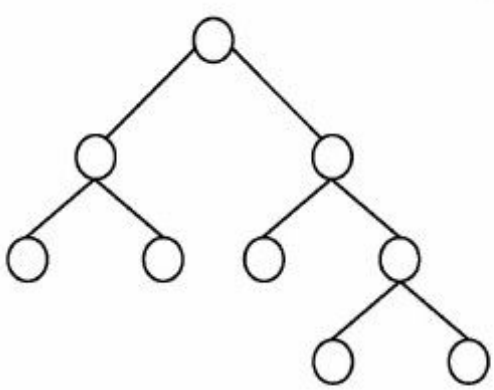
۱) ۱۶

۲) ۱۴

۳) ۹

۴) ۸

۹۱- به چند حالت می‌توان اعداد ۱ تا ۹ را در گره‌های درخت دودویی زیر قرار داد، به طوری که عدد هر گره از اعداد فرزندان آن بزرگتر باشد؟ (تکرار اعداد مجاز نیست)



۱) ۹۸۲

۲) ۸۹۶

۳) ۶۴۸

۴) ۵۱۲

۹۲- پیمایش پس‌ترتیب یک درخت جستجوی دودویی **DEBFCA** بوده است. پیمایش پیش‌ترتیب آن کدام است؟

۱) ABFCDE

۲) ABDCEF

۳) ABDECF

۴) ADBFEC

۹۳- در الگوریتم **mergesort** در هر مرحله لیست را به نسبت ۹ به ۱ تقسیم می‌کنیم. یعنی یک قسمت ۹ برابر قسمت دیگر است و سپس در مرحلهٔ ترکیب، این دو لیست با هم ادغام می‌شوند. در این حالت پیچیدگی الگوریتم از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $\theta(n^2)$

۲) $\theta(n^{3/4})$

۳) $\theta(n \log n)$

۴) $\theta(n^2 \log n)$

۹۴- یک ساختار داده‌ای، عمل **insert** را حمایت می‌کند به طوری که یک دنباله از **n** عمل **insert** به اندازهٔ $\theta(n \log n)$ در بدترین حالت زمان می‌برد. زمان **Amortized** و زمان **worst - case** عمل **insert** به ترتیب(از راست به چپ) کدام است؟

۱) $\theta(n)$ و $\theta(n \log n)$

۲) $\theta(n)$ و $\theta(\log n)$

۳) $\theta(\log n)$ و $\theta(\log n)$

۴) $\theta(\log n)$ و $\theta(n \log n)$

۹۵- فرض کنید دنبالهٔ $S=[x_1,...,x_n]$ از اعداد مثبت صحیح داده شده است. می‌خواهیم یک زیردنباله $A=[x_{i_1}, x_{i_2},...,x_{i_j}]$ که $i_1 < i_2 <...< i_j$ است را پیدا کنیم که مقدار $sum = x_{i_1} - x_{i_2} + x_{i_3} - ... \pm x_{i_j}$ ماکزیمم باشد. برای یافتن مقدار **sum** چه روشی از نظر زمانی مناسب‌ترین است؟

۱) Greedy

۲) Dynamic Programming

۳) Brute force

۴) Divide and conquer

۹۶- می‌خواهیم در یک آرایهٔ **n** تایی نامرتب، عنصری که حداقل $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$ بار تکرار شده است را بیابیم. کدام گزینه صحیح است؟

۱) الگوریتمی با هزینهٔ حداکثر $O(n)$ وجود دارد.

۲) الگوریتمی با هزینهٔ حداکثر $O(\sqrt{n})$ وجود دارد.

۳) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین $O(n)$ و مبتنی بر درهم‌سازی است.

۴) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین $O(n \log n)$ و مبتنی بر مرتب‌سازی است.

۹۷- الگوریتم زیر آدرس ریشه یک درخت دودویی را به عنوان ورودی می‌گیرد و با استفاده از یک پشته آن را پیمایش می‌کند. پیمایش انجام شده کدام است؟

```
void Traverse(p){
    push(p)
    while(stack is not empty){
        q=pop()
        if(q!=null){
            push(q→left)
            print(q→data)
            push(q→right)
        }
    }
}
```

۱) پیمایش inorder
۲) پیمایش preorder
۳) برعکس پیمایش inorder
۴) برعکس پیمایش preorder

۹۸- اگر s آدرس شروع یک لیست متصل غیرتهی باشد، الگوریتم زیر با فراخوانی s=w(null,s,s) چه عملی روی این لیست انجام می‌دهد؟

```
w(m,t,s){
  if(t→link!=null){
      s=w(t,t→link,s)
  }
  else s=t
  t→link=m
  return(s)
}
```

۱) لیست متصل را دایره‌ای می‌کند.
۲) لیست متصل را برعکس می‌کند.
۳) لیست متصل را به دو لیست تبدیل می‌کند.
۴) لیست متصل را به گره‌های بدون اتصال تبدیل می‌کند.

۹۹- فرض کنید گراف کامل وزن‌دار $G=(V,E)$ که در آن وزن یال i ام برابر i امین عدد در دنباله فیبونانچی (با شروع از ۱) داده شده باشد. تعداد درختان پوشای مینیمم برای G چند است؟

۱) $|V|$
۲) $|V|\times|E|$
۳) ۲
۴) ۱

۱۰۰- **همهٔ جملات زیر صحیح‌اند، به غیر از:**

۱) اگر T یک درخت پوشای می‌نیمم گراف G باشد، آنگاه برای هر جفت از رئوس s و t، کوتاه‌ترین مسیر از s به t در گراف G لزوماً یک مسیر از s به t در درخت T نیست.

۲) اگر T یک درخت پوشای می‌نیمم گراف G باشد، آنگاه مسیر بین هر جفت رئوس s و t در درخت T لزوماً یک کوتاه‌ترین مسیر در گراف G نیست.

۳) هر درخت جستجوی دودویی با n گره دارای عمق $O(\log n)$ است.

۴) زمان جستجوی یک کلید در درخت جستجوی دودویی لزوماً $O(\log n)$ نیست.

۱۰۱- **اگر اعداد زیر از چپ به راست در یک هرم مینیمم درج شوند ارتفاع این هرم کدام است؟**

۲۰ ,۱۳ , ۵, ۷, ۱۴, ۳, ۲, ۱,۱۷, ۶, ۱۲, ۱۵, ۸, ۹, ۴, ۱۱, ۱۹

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

۱۰۲- **یک لیست نامرتب دارای n عنصر است. با این فرض که n زوج است، کدام گزینه نشان‌دهندهٔ تعداد مقایسه‌های لازم برای تعیین بزرگترین و کوچکترین عنصر در لیست می‌باشد؟**

۱) $T(n)=2T(\frac{n}{2})+2$

۲) $T(n)=2T(\frac{n}{2})+1$

۳) $T(n)=2\lceil \log_2 n \rceil+1$

۴) $T(n)=T(\frac{n}{2})+\log_2 n-1$

۱۰۳- **فرض کنید گراف $G=(V,E)$ داده شده باشد. بهترین زمان برای یافتن یک درخت پوشا برای این گراف کدام است؟**

۱) $O(|E|)$

۲) $O(|V|)$

۳) $O(|E|\times\log|E|)$

۴) $O(|V|\times|E|)$

۱۰۴- **فرض کنید فایلی شامل کاراکترهای a تا f با تعداد تکرار داده شده به صورت جدول زیر باشد. اگر از روش هافمن برای فشرده‌سازی این فایل استفاده شود، اندازهٔ فایل فشرده شده چند بیت خواهد بود؟**

کاراکتر	a	b	c	d	e	f
تعداد تکرار	۱۰	۷	۱۵	۶	۳	۲

۱) ۹۶

۲) ۱۰۲

۳) ۱۸۲

۴) ۳۴۴

۱۰۵- کدام گزینه صحیح است؟

(TSP مخفف مسئلهٔ فروشنده دوره‌گرد و HC مخفف مسئلهٔ دور همیلتونی است)

۱) $SAT \leq_P HC \leq_P Clique \leq_P 3SAT$

۲) $SAT \leq_P 3SAT \leq_P TSP \leq_P Clique$

۳) $SAT \leq_P 3SAT \leq_P Clique \leq_P Vertex\ Cover$

۴) $3SAT \leq_P Clique \leq_P HC \leq_P Vertex\ Cover$

**(در سوال‌های ۱۰۶ الی ۱۲۰، λ رشته به طول صفر است.)

۱۰۶- کدام گزینه زبان $L_1 = \{w \mid w \in \{a,b\}^*, |w| \bmod 3 \geq 1\}$ را بر حسب زبان‌های زیر بیان می‌کند؟

$L_2 = \{a,b\}$, $L_3 = \{aa, ab, ba, bb\}$

$L_4 = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$

۱) $L_1 = L_4^* L_2 \cup L_3$

۲) $L_1 = L_4^* L_2 L_3$

۳) $L_1 = L_4^* L_2 \cup L_4^* L_3$

۴) $L_1 = L_4^* L_2^* L_3^*$

۱۰۷- یک اتوماتون متناهی قطعی کمینه برای زبان $(a^n)^*$ بر روی الفبای Σ دارای چند حالت است؟

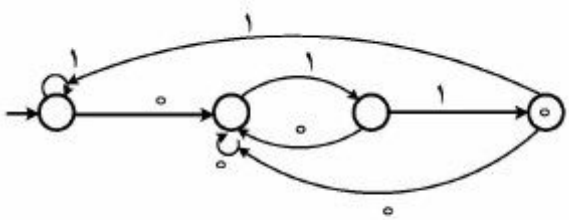
۱) n حالت

۲) $n+1$ حالت

۳) $n+2$ حالت

۴) تعداد حالات وابسته به اندازه Σ است.

۱۰۸- عبارت منظم معادل اتوماتون متناهی قطعی زیر کدام است؟



۱) $(0+1)^* 011$

۲) $(0+1)^* (011)^+$

۳) $((0+1)^* 011)^*$

۴) $(0+1)^* 11(0+1)^*$

۱۰۹- کدام عبارت صحیح است؟

۱) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

۲) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.

۳) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

۴) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.

۱۱۰- **کدام عبارت صحیح است؟**

۱) زبان‌های منظم ذاتاً مبهم نیستند.

۲) زبان‌هایی که بتوان برای آن‌ها گرامر به فرم جامسکی ارائه نمود ذاتاً مبهم نیستند.

۳) هر زبانی که برای آن یک گرامر مبهم وجود داشته باشد ذاتاً مبهم است.

۴) هیچ‌کدام.

۱۱۱- **جملات زیر را درنظر بگیرید. چند مورد از جملات زیر جزء مسائل تصمیم‌ناپذیر هستند؟**

۱- اگر G گرامر بدون محدودیت باشد، آنگاه آیا $L(G) = \phi$ هست یا خیر.

۲- اگر G گرامر بدون محدودیت باشد، آنگاه آیا $L(G) = \Sigma^*$ هست یا خیر.

۳- اگر M یک ماشین تورینگ باشد، آنگاه آیا L(M) متناهی است یا خیر.

۴- اگر M یک ماشین تورینگ باشد، آنگاه آیا L(M) منظم است یا خیر.

۱) یک مورد ۲) دو مورد ۳) سه مورد ۴) چهار مورد

۱۱۲- **کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته‌ای که زبان $L = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$ را می‌پذیرد، صحیح است؟**

۱) زبان L را نمی‌توان با یک اتوماتون پشته‌ای پذیرفت.

۲) هر اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش این زبان دارای یک حالت است.

۳) هر اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش ww^R حداقل به اندازهٔ $|w|$ از پشته خود استفاده می‌کند.

۴) برای هر مقدار ثابت C می‌توان یک اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش L داشت که برای هر رشته ورودی ww^R فقط به اندازه $\frac{|w|}{C}$ از حافظه پشته خود استفاده کند.

۱۱۳- **گرامر مستقل از متن $G = (\Sigma, V, S, P)$ مفروض است. کدام گزینه در مورد گرامر $G' = (\Sigma, V, S, P')$، $P' = P \cup \{X \to Y \mid X, Y \in V\}$ صحیح است؟**

۱) $L(G) = L(G')$ ۲) $L(G')$ منظم است.

۳) $L^*(G) \subseteq L(G')$ ۴) $L(G')$ نامحدود است.

۱۱۴- **فرض کنید تابع محاسبه پذیر f یک تناظر یک به یک بین زبان A و B است. کدام‌یک صحیح است؟**

۱) اگر B منظم باشد آنگاه A هم منظم است.

۲) حداقل یکی از زبان‌های A و B باید منظم باشد.

۳) اگر B نامنظم باشد آنگاه A هم نامنظم است.

۴) زبان‌های A و B مستقل از هم می‌توانند منظم یا نامنظم باشند.

۱۱۵- **رشته x شامل زیر دنباله y است هرگاه حروف y با همان ترتیب ولی نه لزوماً پشت سر هم در x آمده باشند و به صورت $y \subset x$ نشان داده شود. کدام گزینه در مورد زبان L' که به ازای زبان منظم L به صورت زیر تعریف می‌شود صحیح است؟**

$$L' = \{x \mid \exists y \in L \mid y \subset x\}$$

۱) L' همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

۲) L' منظم است.

۳) فقط در صورتی که L متناهی باشد L' منظم است.

۴) L' ممکن است متشکل از متن نباشد.

۱۱۶- اتوماتون متناهی قطعی M با n حالت مفروض است. زبان L شامل تمام رشته‌هایی است که M به ازای آن رشته‌ها از تمام حالات پذیرش خود گذر می‌کند. کدام گزینه در مورد L صحیح است؟

۱) L همواره منظم است.

۲) برای $n > 1$ زبان L لزوماً منظم نیست.

۳) زبان L ممکن است مستقل از متن نباشد.

۴) زبان L همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

۱۱۷- یک ماشین تورینگ قطعی را در نظر بگیرید که فقط هنگام حرکت به سمت راست محتوای نوار را تغییر می‌دهد. توان محاسباتی این نوع ماشین تورینگ با کدام‌یک از رده‌های زیر هم ارز است؟

۱) اتوماتون پشته‌ای قطعی ۲) اتوماتون پشته‌ای غیرقطعی

۳) ماشین تورینگ قطعی (بدون این محدودیت) ۴) اتوماتون خطی محدود (LBA)

۱۱۸- برای حل یک مسأله P یک الگوریتم داریم که به ازای هر نمونه دلخواه از مسأله P جواب آن را به‌دست می‌آورد. کدام گزینه در مورد این الگوریتم صحیح است؟

۱) لزوماً این الگوریتم قابل اجرا روی یک ماشین تورینگ قطعی نیست.

۲) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک اتوماتون خطی محدود (LBA) اجرا کرد.

۳) فقط می‌توان این الگوریتم را روی ماشین تورینگ جهانی (Universal) اجرا کرد.

۴) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک ماشین تورینگ قطعی اجرا کردولی لزوماً قابل اجرا روی LBA نیست.

۱۱۹- کدام گزینه در مورد گرامر دلخواه $G(\Sigma, V, S, P)$ که هر قاعده آن به‌صورت $\alpha \to \beta$ است که $|\beta| > 0$ و β شامل حداقل یک متغیر است، صحیح است؟

۱) $L(G)$ توسط یک اتوماتون متناهی پذیرفته می‌شود.

۲) $L(G)$ توسط یک LBA پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته نمی‌شود.

۳) $L(G)$ توسط یک ماشین تورینگ قطعی پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک LBA پذیرفته نمی‌شود.

۴) $L(G)$ توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک اتوماتون متناهی پذیرفته نمی‌شود.

۱۲۰- ماشین تورینگ T مفروض است که به ازای تمام ورودی‌ها بر روی نوار آن، فقط از بخش ثابتی از حافظه خود تغییر ایجاد می‌کند. کدام گزینه در مورد زبان T صحیح است؟

۱) $L(T)$ متناهی است. ۲) $L(T)$ مستقل از متن است.

۳) $L(T)$ حساس به متن است. ۴) $L(T)$ منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.

۱۲۱- فرض کنید $\uparrow$ روابط NAND باشد. چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- **$\uparrow$ شرکت‌پذیر است.**
- **$\uparrow$ جابه‌جایی است.**
- **هر رابط ۳- موضعی را می‌توان بر حسب $\uparrow$ نوشت.**

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۲۲- جملهٔ $(p \vee q) \rightarrow r$ کدام یک از جمله‌های زیر را نتیجه می‌دهد؟

۱) $(q \rightarrow p) \rightarrow r$

۲) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

۳) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

۴) $(\neg p \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow r)$

۱۲۳- جدول ارزش‌ها را برای جملهٔ $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow s$ تشکیل داده‌ایم. چند ۱ در ستون مربوط به آن دیده می‌شود؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

۱۲۴- کدام یک از هم‌ارزی‌های منطقی زیر نادرست است؟

۱) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

۲) $(p \wedge q) \rightarrow \neg r \equiv (r \wedge p) \rightarrow \neg(q \wedge r)$

۳) $p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

۴) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

۱۲۵- کدام یک از مجموعه‌های زیر ناسازگار است؟

۱) $\{p_1, p_2, \neg(p_1 \wedge \neg p_2)\}$

۲) $\{p_1, \neg p_2, \neg p_1 \rightarrow p_2\}$

۳) $\{\neg p_1, \neg p_2, (p_1 \vee p_2) \rightarrow \neg p_1\}$

۴) $\{\neg p_1, p_2, (p_1 \vee \neg p_2) \leftrightarrow p_2\}$

۱۲۶- چه تعداد از مجموعه‌های زیر سازگار است؟

$\{A | \nu(A) = T\}$: ν یک ارزش‌گذاری مشخص است.

{ارزش‌گذاری ν موجود است به طوری که $\nu(A) = T$ A}

$\{A | B \vdash A\}$: B یک فرمول گزاره‌ای سازگار مشخص است.

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۲۷- همهٔ فرمول‌های داده شده، منطقاً معتبر هستند، به غیر از:

۱) $\exists x_1\ R(x_1,x_1) \rightarrow \exists x_1 \exists x_2\ R(x_1,x_2)$

۲) $\forall x_1\ R(x_1,x_2) \rightarrow \forall x_3\ R(x_3,x_2)$

۳) $\forall x_1 \forall x_2\ R(x_1,x_2) \rightarrow \forall x_1\ R(x_1,x_1)$

۴) $\exists x_1\ \exists x_2\ R(x_1,x_2) \rightarrow \exists x_1 R(x_1,x_1)$

۱۲۸- در تعبیر حسابی، ارزش‌گذاری $V(x_i)=i+1$، به ترم $g(g(x_1,\circ),h(f(\circ),f(x_5)))$ چه مقداری را نسبت می‌دهد؟ (f، g و h به ترتیب نمادهای تالی، جمع و ضرب هستند)

۱) ۱۴

۲) ۱۰

۳) ۹

۴) ۰

۱۲۹- تعداد موردهای آزاد متغیرها در فرمول زیر کدام است؟

$$(\forall x_1)\ [\forall x_2\ A_1^2(x_1,x_2) \rightarrow \forall x_1\ A_1^2(x_2,x_1)]$$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۰- چه تعداد از خواص زیر از اعداد طبیعی، مرتبهٔ اول نیست؟

- x عددی اول است.
- x مربع کامل است.
- x بزرگترین ریشهٔ معادلهٔ چندجمله‌ای درجهٔ دو با ضرایب واحد است.

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۱- چه تعداد از مفاهیم زیر در نظریهٔ مجموعه‌های مرتبهٔ اول (ZF) قابل بیان نیست؟

- X خوش ترتیب است
- X یک تابع است.
- X نامتناهی است.

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۲- اگر Σ یک مجموعهٔ سازگار بیشینه از گزاره‌ها و A یک گزارهٔ دلخواه باشد، آنگاه $\Sigma \cup \{A\}$ لزوماً:

۱) سازگار است. ۲) ناسازگار است.

۳) ناسازگار یا تمام است. ۴) تمام نیست.

۱۳۳- چه تعداد از مجموعه‌های زیر شمارای نامتناهی است؟

- مجموعهٔ همهٔ گوی‌های به شعاع واحد در فضا
- مجموعهٔ همهٔ دنباله‌های حقیقی مقدار
- ردهٔ هم‌ارزی $\sqrt{2}$ تحت رابطهٔ هم‌ارزی $\sim$ روی اعداد حقیقی: $a \sim b \Leftrightarrow a - b \in Q$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۴- کدام یک از مجموعه اصول زیر تضمین‌کننده وجود مجموعه ناشمارا است؟

۱) توان و اجتماع ۲) اجتماع و زوج‌سازی

۳) انتخاب و وجود مجموعه نامتناهی ۴) توان و وجود مجموعه نامتناهی

۱۳۵- جمع اردینالی $1 + \omega + 1 + 1$ کدام است؟

۱) ω

۲) $\omega + 1$

۳) $\omega + 2$

۴) $\omega + 3$

دروس پایه ۲ (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامپیوتر، ریاضیات گسسته):

۱۳۶- مقدار $\lim_{n\to\infty} \cos\frac{2\pi}{n} + \cos\frac{4\pi}{n} + \cos\frac{6\pi}{n} + \ldots + \cos\frac{2(n-1)\pi}{n}$ کدام است؟

۱) -1

۲) ۰

۳) ۱

۴) ∞

۱۳۷- مقدار $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{e^{\frac{1}{n}}}{n^2 + \frac{1}{n}} + \frac{2e^{\frac{2}{n}}}{n^2 + \frac{2}{n}} + \ldots + \frac{ne^{\frac{n}{n}}}{n^2 + \frac{n}{n}} \right)$ کدام است؟

۱) ۰

۲) e

۳) ۱

۴) $e - 1$

۱۳۸- کدام گزینه سری توانی تابع $f(x)=\frac{x^۳}{(۱+۴x^۲)^۲}$ است؟

۱) $\sum_{n=۰}^{\infty} ۴^{۲n} x^{۲n+۳}$

۲) $\sum_{n=۰}^{\infty} (-۱)^n ۴^n x^{۲n+۱}$

۳) $\sum_{n=۰}^{\infty} (-۱)^{n-۱} ۴^{n-۱} n x^{۲n+۱}$

۴) $\sum_{n=۰}^{\infty} (-۱)^{n+۱} ۴^{n-۱} n^۲ x^{۲n+۱}$

۱۳۹- اگر تابع g وارون تابع $y=x^x$ باشد آنگاه مقدار حد $\lim_{y\to\infty} \frac{g(y)\ln(\ln y)}{\ln y}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ∞

۴) وجود ندارد.

۱۴۰- مقدار $\lim_{\alpha\to ۰} \int_{\alpha}^{۲\alpha} \frac{e^{-x}}{x} dx$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{۱}{e}$

۳) $\ln ۲$

۴) e

۱۴۱- اگر $x=\int_{۰}^{۲y} \frac{۱}{\sqrt{۱+۵t^۲}} dt$ ، آنگاه نسبت $\frac{d^۲y}{dx^۲}$ به y کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$

۲) ۱

۳) ۵

۴) ۱۰

۱۴۲- اگر $\alpha > 0$ مقدار $\int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2}\, dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۲) $\frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۳) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۴) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

۱۴۳- هر گاه p و q اعداد حقیقی و مثبت و $p \le q$ آنگاه $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^p + x^q}$ همگرا است اگر و تنها اگر ...

۱) $p > 1, q > 1$

۲) $p \le 1 < q$

۳) $p < 1, q < 1$

۴) $p < 1 < q$

۱۴۴- مقدار ماکزیمم تابع $f(x,y,z) = xy^2z^3$ بر روی $x+y+z=6$، $x>0$، $y>0, z>0$ کدام است؟

۱) ۱۰۶

۲) ۱۰۸

۳) ۱۰۹

۴) ۱۱۰

۱۴۵- مساحت رویهٔ حاصل از دوران منحنی قطبی $r = 1 + \cos\theta$ حول محور x ها کدام است؟

۱) $\frac{64\pi}{5}$

۲) $\frac{32\pi}{5}$

۳) $\frac{16\pi}{5}$

۴) $\frac{8\pi}{5}$

۱۴۶- خم $r(t) = (t^2 + 2t, 2t^3 - 3t^2)$ در چه نقطه‌ای دارای مماس افقی است؟

۱) فقط $(3,-1)$

۲) $(3,-1)$ و $(0,0)$

۳) فقط $(-1,-5)$

۴) $(3,-1)$ و $(0,0)$

۱۴۷- اگر x و y متغیرهای مستقل از هم و همچنین u و v نسبت به هم مستقل باشند و $x=u+v$ و $y=uv^2$، آنگاه $\frac{\partial v}{\partial x}$ کدام است؟

۱) $\frac{v}{3v-2x}$

۲) $\frac{3v}{v-2x}$

۳) $\frac{3v}{v+2x}$

۴) $\frac{v}{3v+2x}$

۱۴۸- حجم ناحیهٔ محصور به درون کره $x^2+y^2+z^2=4$ و سهمی‌گون $x^2+y^2=4(1-z)$ که شامل مبدأ نیست، کدام است؟

۱) $\frac{5\pi}{3}$

۲) $\frac{10\pi}{3}$

۳) 5π

۴) 10π

۱۴۹- اگر $\vec{F}=(z^2-x)\vec{i}+xy\vec{j}+3z\vec{k}$ یک میدان برداری و سطح S قسمتی از رویه، $z=4-y^2$، $z\geq 0$، بین صفحات $x=0$ و $x=3$ و n قائم یکه رویه بالای S (در جهت مثبت محور z ها) باشد، مقدار انتگرال سطح $\iint_S \vec{F}.\vec{n}\,d\sigma$ کدام است؟

۱) ۱۴۴

۲) ۱۴۳

۳) ۱۴۵

۴) ۱۴۶

۱۵۰- فرض کنید $\hat{a}$ عدد حقیقی و غیرصفر و a گرد شدهٔ $\hat{a}$ به نزدیکترین عدد ماشین در یک دستگاه ممیز شناور در مبنای β با طول مانتیس t است. اگر e نمای β در نمایش a در این دستگاه باشد، آنگاه $\delta(a)$، یعنی خطای نسبی a، در کدام نامساوی صدق می‌کند؟

۱) $\delta(a)\leq \frac{1}{2}\beta^{1-t}$

۲) $\delta(a)\leq \frac{1}{2}\beta^{e-t}$

۳) $\delta(a)> \frac{1}{2}e^{1-t}$

۴) $\delta(a)> \frac{1}{2}\beta^{e-t}$

۱۵۱- فرض کنید $g(x)=x-f(x)f'(x)$ و $f(\alpha)=0$ ، تحت چه شرایطی همگرایی دنباله $\{x_n\}$ با ضابطهٔ $x_{n+1}=g(x_n)$ به α از مرتبه دست‌کم ۳ است؟ [فرض کنید $f\in C^3(\mathbb{R})$]

۱) $f'^2(\alpha)=1$ و $f'''(\alpha)=3f''(\alpha)$

۲) $f'^2(\alpha)=1$ و $f'''(\alpha)=2f''(\alpha)$

۳) $f'(\alpha)=1$ و $f''(\alpha)=3f'(\alpha)$

۴) $f'^2(\alpha)=1$ و $f''(\alpha)=0$

۱۵۲- تقریب $x\sqrt{x}$ دربازه [۱،۲] با قطعه‌های خطی درون‌یاب را درنظر بگیرید. بازه [۱،۲] دست کم به چند زیر بازه برابر تقسیم شود تا کران بالای خطای برشی برای درون یاب‌های خطی روی هر زیر بازه بیش از 3×2^{-7} نباشد؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۱۰

۱۵۳- فرض کنید $l_j(x)$ برای $j=0,1,\ldots,n$ چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مبتنی بر نقاط متمایز $x_0,x_1,\ldots,x_n$ هستند با $n\geq 1$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\sum_{j=0}^{n}|l_j(x)|=1$

۲) $\sum_{j=0}^{n}l_j(x)=0$

۳) $\sum_{j=0}^{n}x_j l_j(x)=x^2$

۴) $\sum_{j=0}^{n}x_j^n l_j(x)=x^n$

۱۵۴- فرمول $\frac{4f(x+h)-8f(x+\frac{h}{2})+4f(x)}{h^2}$ یک تخمین برای ..... است. (فرض کنید $f\in C^3(\mathbb{R})$)

۱) $f'(x)$ با خطای برشی $o(h^2)$

۲) $f''(x)$ با خطای برشی $o(h)$

۳) $f'(x)$ با خطای برشی $o(h^3)$

۴) $f''(x)$ با خطای برشی $o(h^2)$

۱۵۵- اگر برای محاسبه تخمین $\int_{۱}^{۲} \frac{۱}{x} dx$ الگوریتم رامبرگ را با گام $h = \frac{۱}{۲}$ و تا دقت از مرتبه $O(h^۴)$ به کار ببریم آن‌گاه مقدار تقریبی انتگرال کدام است؟

۱) $\frac{۱۵}{۳۶}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۲۵}{۳۶}$

۴) $\frac{۱۵}{۲۴}$

۱۵۶- قاعده انتگرال‌گیری عددی زیر را درنظر بگیرید:

$$\int_{۰}^{۴h} f(x)dx \approx \alpha_۱ f(h) + \alpha_۲ f(۲h) + \alpha_۳ f(۳h)$$

مقادیر $\alpha_۱$ ، $\alpha_۲$ و $\alpha_۳$ چقدر باشند تا این قاعده برای چند جمله‌ای‌های با حداکثر درجه دقیق باشد؟

۱) $\alpha_۱ = \alpha_۲ = \alpha_۳ = \frac{۴h}{۳}$

۲) $\alpha_۱ = \alpha_۳ = \frac{۸h}{۳}, \alpha_۲ = \frac{-۴h}{۳}$

۳) $\alpha_۱ = \alpha_۳ = ۳h, \alpha_۲ = -۲h$

۴) $\alpha_۱ = \alpha_۳ = \frac{۷h}{۳}, \alpha_۲ = \frac{-۲h}{۳}$

۱۵۷- داده‌های حاصل از یک بررسی مقادیر ۷۰ و ۱۰۰ و سه مقدار دیگر می‌باشند. اگر میانگین ۹۵ و نما ۸۰ باشند، یکی از این سه مقدار کدام است؟

۱) ۳۵

۲) ۶۵

۳) ۱۳۰

۴) ۱۴۵

۱۵۸- دستگاه مقابل چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۶ \\ x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۵ \end{cases}$$

۱) ۲۶۰

۲) ۲۷۰

۳) ۲۸۰

۴) ۲۹۰

۱۵۹- جواهرسازی مایل است از ۸ عدد سنگ قیمتی با رنگ‌های مختلف، گردنبندی شامل ۵ سنگ و دستبندی شامل ۳ سنگ بسازد. تعیین کنید که این جواهر ساز به چند روش می‌تواند این دستبند و گردنبند را بسازد؟

۱) $\frac{۸!}{۵!\times ۳!}\times ۲!$

۲) $\frac{۸!}{۳!}\times\frac{۸!}{۵!}$

۳) $\frac{۸!}{۵\times ۳!}\times ۲!$

۴) $۸!$

۱۶۰- فرض کنید سکه‌ای سالم را ۱۲ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه تعداد شیرها دو برابر تعداد خط‌ها باشد کدام است؟

۱) $\frac{۹۲۴}{۲^{۱۲}}$

۲) $\frac{۴۹۵}{۲^{۱۲}}$

۳) $\frac{۵۵}{۲^{۱۰}}$

۴) $\frac{۳۳}{۲^{۱۱}}$

۱۶۱- فرض کنید $A_۱,\dots,A_n$ پیشامدهای مستقلی باشند به‌طوری که برای هر $i = ۱,\dots,n$ داشته باشیم $P(A_i)=\frac{۱}{۲}$. احتمال اینکه حداکثر یکی از A_i ها رخ دهد کدام است؟

۱) $\frac{n-۱}{۲^n}$

۲) $\frac{n}{۲^n}$

۳) $\frac{n-۲}{۲^n}$

۴) $\frac{n+۱}{۲^n}$

۱۶۲- احتمال انتخاب یک مته سالم p می‌باشد. **A** و **B** به ترتیب آنقدر مته آزمایش می‌کنند تا یک مته سالم بدست آید. احتمال اینکه **A** قبل از **B** موفق شود چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲-p}$

۲) $\frac{۲}{p-۲}$

۳) $\frac{۱}{p+۲}$

۴) $\frac{P}{۲}$

۱۶۳- احتمال اینکه استاد درس در هر جلسه کوئیز بگیرد $\frac{۳}{۵}$ است. اگر یک دانشجو در دو جلسه کلاس غایب شود، احتمال اینکه حداقل یکی از کوئیزها را از دست داده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲۱}{۲۵}$

۲) $\frac{۱۶}{۲۵}$

۳) $\frac{۹}{۲۵}$

۴) $\frac{۴}{۲۵}$

۱۶۴- از بین ۵۰ مرد و ۴۰ زن، ۱۰ نفر به تصادف انتخاب می‌شوند. سپس از بین این ۱۰ نفر، یک نفر به تصادف به عنوان رهبر گروه انتخاب می‌شود. چقدر احتمال دارد رهبر گروه زن باشد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۹}$

۳) $\frac{۴}{۱۰}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۶۵- در زبان C، با اجرای تکه برنامه زیر محتوای متغیر s چه خواهد بود؟ (strlen طول یک رشته را بر می‌گرداند)

```
char s[]="C++";      int i , j , k;
for (i=0 , j = strlen (s) -1 ; i < j/2 ; ++i , --j)
{
    k = s[i] ;
    s [i] = s [j];
    s [j] = k;
}
```

۱) C++
۲) ++C
۳) +C+
۴) C++++C

۱۶۶- کدام یک از توابع بازگشتی زیر می‌تواند برای محاسبهٔ a mod b به کار رود؟ (mod برای محاسبهٔ باقی‌مانده دو عدد استفاده می‌شود)

۱) $M(a,b)=\begin{cases}0 & \text{اگر } a<b\\ M(a-b,b)+1 & \text{اگر } a\geq b\end{cases}$

۲) $M(a,b)=\begin{cases}a & \text{اگر } a<b\\ M(a-b,b)+1 & \text{اگر } a\geq b\end{cases}$

۳) $M(a,b)=\begin{cases}a & \text{اگر } a<b\\ M(a-b,b) & \text{اگر } a\geq b\end{cases}$

۴) $M(a,b)=\begin{cases}a & \text{اگر } b=1\\ a*M(a,b-1) & \text{در غیر اینصورت}\end{cases}$

۱۶۷- فرض کنید آرایه A به طول n فقط دارای مقادیر ۱، ۰، ۱- است. بهترین الگوریتم برای مرتب کردن داده‌های آن بر اساس جابجایی عناصر (نه شمارش عناصر) به ترتیب (از راست به چپ) دارای چه مرتبه‌زمانی و حافظه‌ای است؟

۱) $O(\log n)$, $O(n)$
۲) $O(n)$, $O(n)$
۳) $O(1)$, $O(n\log n)$
۴) $O(1)$, $O(n)$

۱۶۸- کدام یک از الگوریتم‌های مرتب‌سازی زیر جزء الگوریتم‌های Brute-force محسوب می‌شوند؟

۱) Merge sort و Insertion sort

۲) Insertion sort و Bubble sort

۳) Merge sort و Quick sort

۴) Heap sort و Quick sort

۱۶۹- الگوریتم زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
f(P,q,r)
{
  if (q == 0){
            if (r == 0) return P
            return f(r ,q ,P%r)
    }
    return f(P,P% q ,r)
}
```

۱) بزرگترین مقسوم علیه مشترک P و q و r را برمی‌گرداند.

۲) خارج قسمت تقسیم P بر q به پیمانه r را بر می‌گرداند.

۳) باقیمانده P بر q را محاسبه می‌کند و سپس باقیمانده تقسیم این نتیجه بر r را برمی‌گرداند.

۴) باقیمانده تقسیم P بر q را محاسبه می‌کند و سپس باقیمانده تقسیم r بر این نتیجه را برمی‌گرداند.

۱۷۰- فرض کنید نوع int (Type) نشان دهندهٔ متغیرهای ۳۲ بیتی باشد که در آن برای نمایش اعداد منفی از روش مکمل ۲ استفاده می‌شود. در قطعه کد زیر چند عدد توسط دستور print چاپ می‌شود؟

```
for (int  i=1 ; i>=0 ;  i=i×2)
            print(i)
```

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۳۱

۴) 2^{31}

۱۷۱- اگر $x \ll y$ نشان‌دهندهٔ شیفت به چپ x به اندازهٔ y باشد، دستور زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
a = a OR (1≪ m)
```

۱) بیت m متغیر a را یک می‌کند.

۲) بیت m متغیر a را صفر می‌کند.

۳) a را m تا به چپ شیفت می‌دهد.

۴) a را تغییر نمی‌دهد.

۱۷۲- الگوریتم زیر چه عملی انجام می‌دهد؟ (& نشان‌دهندهٔ عمل **and** بیتی می‌باشد)

```
int f(int x)
{
  n = 0;
  while(x!=0) {
        x = x&(x-1);
        n=n+1;
  }
   return n;
}
```

۱) باقیمانده تقسیم x بر $x-1$ را بر می‌گرداند.

۲) مشخص می‌کند که x زوج است یا فرد.

۳) خارج قسمت تقسیم x بر $x-1$ را بر می‌گرداند.

۴) تعداد 1 های متغیر x را می‌شمارد.

۱۷۳- می‌خواهیم ۱۳ آب‌نبات یکسان را بین ۳ کودک تقسیم کنیم به‌طوریکه اولاً هیچ کودکی بدون آب‌نبات نماند و ثانیاً تعداد آب‌نبات‌های کودک کوچکتر، از هر یک از دو کودک دیگر بیشتر، اما از مجموع آب‌نبات‌های آن‌ها کمتر باشد. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۵

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۲۲

۱۷۴- فرض کنید u و v دو رأس متمایز از گراف کامل ۶ رأسی $K_۶$ باشند. چند مسیر بین u و v وجود دارد؟

۱) ۴۱

۲) ۵۳

۳) ۶۰

۴) ۶۵

۱۷۵- فرض کنید G گرافی $n+1$ رأسی باشد که با حذف هر رأس آن، دوبخشی می‌شود. کدام گزینه درخصوص G همواره درست است؟

۱) G دوبخشی است.

۲) G مسطح است.

۳) تعداد یال‌های G کمتر از $\frac{n^۲}{۴}+n+۱$ است.

۴) متمم G دارای رأسی با درجه ۰ است.

۱۷۶- اگر $f(x)=\frac{1}{(1-x)^3}$ تابع مولّد دنباله $\{a_n\}_{n\geq 0}$ باشد، a_n کدام است؟

۱) n^2+1

۲) $\binom{n}{2}$

۳) $\binom{n+2}{2}$

۴) $\binom{n+1}{2}+1$

۱۷۷- فرض کنید G یک گراف همیلتونی n رأسی باشد که درجه هر رأس آن برابر با ۳ است. کدام گزینه درخصوص G، نادرست است؟

۱) عدد رنگی‌یالی G برابر با ۴ است.

۲) G رأس برشی ندارد.

۳) تعداد یال‌های G، $\frac{3n}{2}$ است.

۴) یال‌های G را می‌توان به‌صورت اجتماع سه تطابق یال ـ مجزا افراز کرد.

۱۷۸- تعداد توابع $f:\{1,\dots,9\}\to\{1,2,3\}$ که دارای برد ۲ عضوی هستند، کدام است؟

۱) ۱۵۲۴

۲) ۱۵۳۰

۳) ۱۵۳۶

۴) ۱۵۴۲

۱۷۹- فرض کنید در دنباله $\{a_n\}_{n\geq 1}$ بین جمله a_{100} و a_{105} رابطهٔ $3^5a_{100}-a_{105}=5^3\times 3^{105}$ برقرار باشد، کدام مورد می‌تواند رابطه بازگشتی بین اعضای این دنباله را نشان دهد؟

۱) $a_{n+1}=3a_n+5$

۲) $a_{n+1}=3a_n+3^5$

۳) $a_{n+1}=3a_n+5^3$

۴) $a_{n+1}=6a_n-9a_{n-1}$

۱۸۰- تعداد توابع صعودی از $\{1,2,3\}$ به $\{1,2,3,4\}$ کدام است؟

۱) ۱۵

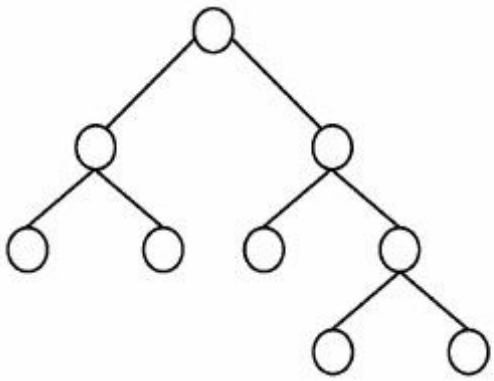
۲) ۲۰

۳) ۲۴

۴) ۳۴

دروس تخصصی ۲ (ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، تحقیق در عملیات ۱):

۱۸۱- به چند حالت می‌توان اعداد ۱ تا ۹ را در گره‌های درخت دودویی زیر قرار داد، به طوری که عدد هر گره از اعداد فرزندان آن بزرگتر باشد؟ (تکرار اعداد مجاز نیست)



۱) ۹۸۲

۲) ۸۹۶

۳) ۶۴۸

۴) ۵۱۲

۱۸۲- پیمایش پس‌ترتیب یک درخت جستجوی دودویی **DEBFCA** بوده است. پیمایش پیش‌ترتیب آن کدام است؟

۱) ABFCDE

۲) ABDCEF

۳) ABDECF

۴) ADBFEC

۱۸۳- در الگوریتم **mergesort** در هر مرحله لیست را به نسبت ۹ به ۱ تقسیم می‌کنیم. یعنی یک قسمت ۹ برابر قسمت دیگر است و سپس در مرحلهٔ ترکیب، این دو لیست با هم ادغام می‌شوند. در این حالت پیچیدگی الگوریتم از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $\theta(n^2)$

۲) $\theta(n^{3/4})$

۳) $\theta(n \log n)$

۴) $\theta(n^2 \log n)$

۱۸۴- یک ساختار داده‌ای، عمل **insert** را حمایت می‌کند به طوری که یک دنباله از **n** عمل **insert** به اندازهٔ $\theta(n \log n)$ در بدترین حالت زمان می‌برد. زمان **Amortized** و زمان **worst - case** عمل **insert** به ترتیب(از راست به چپ) کدام است؟

۱) $\theta(n)$ و $\theta(n \log n)$

۲) $\theta(n)$ و $\theta(\log n)$

۳) $\theta(\log n)$ و $\theta(\log n)$

۴) $\theta(\log n)$ و $\theta(n \log n)$

۱۸۵- فرض کنید دنبالهٔ $S=[x_1,...,x_n]$ از اعداد مثبت صحیح داده شده است. می‌خواهیم یک زیردنباله $A=[x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_j}]$ که $i_1<i_2<...<i_j$ است را پیدا کنیم که مقدار $sum=x_{i_1}-x_{i_2}+x_{i_3}-...\pm x_{i_j}$ ماکزیمم باشد. برای یافتن مقدار **sum** چه روشی از نظر زمانی مناسب‌ترین است؟

۱) Greedy

۲) Dynamic Programming

۳) Brute force

۴) Divide and conquer

۱۸۶- می‌خواهیم در یک آرایهٔ **n** تایی نامرتب، عنصری که حداقل $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$ بار تکرار شده است را بیابیم. کدام گزینه صحیح است؟

۱) الگوریتمی با هزینهٔ حداکثر $O(n)$ وجود دارد.

۲) الگوریتمی با هزینهٔ حداکثر $O(\sqrt{n})$ وجود دارد.

۳) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین $O(n)$ و مبتنی بر درهم‌سازی است.

۴) بهترین الگوریتم با زمان اجرای میانگین $O(n \log n)$ و مبتنی بر مرتب‌سازی است.

۱۸۷- الگوریتم زیر آدرس ریشه یک درخت دودویی را به عنوان ورودی می‌گیرد و با استفاده از یک پشته آن را پیمایش می‌کند. پیمایش انجام شده کدام است؟

```
void Traverse(p){
    push(p)
    while(stack is not empty){
        q=pop()
        if(q!=null){
            push(q→left)
            print(q→data)
            push(q→right)
        }
    }
}
```

۱) پیمایش inorder

۲) پیمایش preorder

۳) برعکس پیمایش inorder

۴) برعکس پیمایش preorder

۱۸۸- اگر s آدرس شروع یک لیست متصل غیرتهی باشد، الگوریتم زیر با فراخوانی s = w (null , s , s) چه عملی روی این لیست انجام می‌دهد؟

```
w (m , t , s){
  if (t → link ! = null){
        s = w (t , t → link , s)
  }
  else  s = t
  t → link = m
  return (s)
}
```

۱) لیست متصل را دایره‌ای می‌کند.

۲) لیست متصل را برعکس می‌کند.

۳) لیست متصل را به دو لیست تبدیل می‌کند.

۴) لیست متصل را به گره‌های بدون اتصال تبدیل می‌کند.

۱۸۹- فرض کنید گراف کامل وزن‌دار $G=(V,E)$ که در آن وزن یال i ام برابر i امین عدد در دنباله فیبونانچی (با شروع از ۱) داده شده باشد. تعداد درختان پوشای مینیمم برای G چند است؟

۱) $|V|$

۲) $|V| \times |E|$

۳) ۲

۴) ۱

۱۹۰- همهٔ جملات زیر صحیح‌اند، به غیر از:

۱) اگر T یک درخت پوشای می‌نیمم گراف G باشد، آنگاه برای هر جفت از رئوس s و t، کوتاه‌ترین مسیر از s به t در گراف G لزوماً یک مسیر از s به t در درخت T نیست.

۲) اگر T یک درخت پوشای می‌نیمم گراف G باشد، آنگاه مسیر بین هر جفت رئوس s و t در درخت T لزوماً یک کوتاه‌ترین مسیر در گراف G نیست.

۳) هر درخت جستجوی دودویی با n گره دارای عمق $O(\log n)$ است.

۴) زمان جستجوی یک کلید در درخت جستجوی دودویی لزوماً $O(\log n)$ نیست.

۱۹۱- اگر اعداد زیر از چپ به راست در یک هرم مینیمم درج شوند ارتفاع این هرم کدام است؟

۲۰ , ۱۳ , ۵, ۷, ۱۴, ۳, ۲, ۱,۱۷, ۶, ۱۲, ۱۵, ۸, ۹, ۴, ۱۱, ۱۹

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

۱۹۲- یک لیست نامرتب دارای **n** عنصر است. با این فرض که **n** زوج است، کدام گزینه نشان‌دهندهٔ تعداد مقایسه‌های لازم برای تعیین بزرگترین و کوچکترین عنصر در لیست می‌باشد؟

۱) $T(n)=۲T(\frac{n}{۲})+۲$

۲) $T(n)=۲T(\frac{n}{۲})+۱$

۳) $T(n)=۲\lceil \log_۲ n \rceil+۱$

۴) $T(n)=T(\frac{n}{۲})+\log_۲ n-۱$

۱۹۳- فرض کنید گراف $G=(V,E)$ داده شده باشد. بهترین زمان برای یافتن یک درخت پوشا برای این گراف کدام است؟

۱) $O(|E|)$

۲) $O(|V|)$

۳) $O(|E|\times\log|E|)$

۴) $O(|V|\times|E|)$

۱۹۴- فرض کنید فایلی شامل کاراکترهای **a** تا **f** با تعداد تکرار داده شده به صورت جدول زیر باشد. اگر از روش هافمن برای فشرده‌سازی این فایل استفاده شود، اندازهٔ فایل فشرده شده چند بیت خواهد بود؟

کاراکتر	a	b	c	d	e	f
تعداد تکرار	۱۰	۷	۱۵	۶	۳	۲

۱) ۹۶

۲) ۱۰۲

۳) ۱۸۲

۴) ۳۴۴

۱۹۵- کدام گزینه صحیح است؟

(**TSP** مخفف مسئلهٔ فروشنده دوره‌گرد و **HC** مخفف مسئلهٔ دور همیلتونی است)

۱) $SAT\leq_P HC\leq_P Clique\leq_P ۳SAT$

۲) $SAT\leq_P ۳SAT\leq_P TSP\leq_P Clique$

۳) $SAT\leq_P ۳SAT\leq_P Clique\leq_P Vertex\ Cover$

۴) $۳SAT\leq_P Clique\leq_P HC\leq_P Vertex\ Cover$

۱۹۶- اگر $A(n)$ متوسط تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی موفق در یک آرایه مرتب با طول n و $B(n)$ متوسط تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی ناموفق در این آرایه با استفاده از روش جستجوی دودویی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیرصحیح است؟

۱) $B(n)=(1+\frac{1}{n})A(n)+1$

۲) $A(n)=(1+\frac{1}{n})B(n)+1$

۳) $B(n)=(1+\frac{1}{n})A(n)-1$

۴) $A(n)=(1+\frac{1}{n})B(n)-1$

۱۹۷- فرض کنید پس از اجرای یک مرحله از الگوریتم مرتب‌سازی سریع، دنباله زیر حاصل شده باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۶, ۸, ۴, ۱۰, ۱۸, ۲۳, ۲۲, ۱۱

۱) عنصر محور ۱۰ یا ۱۸ بوده است.

۲) ۱۰ و ۱۸ عنصر محور نبوده‌اند.

۳) عنصر محور ۱۰ بوده و ۱۸ نمی‌تواند محور بوده باشد.

۴) عنصر محور ۱۸ بوده و ۱۰ نمی‌تواند محور بوده باشد.

۱۹۸- آرایه A با n عنصر عددی مجزا داده شده است، می‌خواهیم $\frac{n}{2}$ از عناصر آرایه را انتخاب کنیم به طوری که میانه این عناصر با میانه عناصر کل آرایه A یکی باشد. بهترین الگوریتم برای انجام این کار دارای چه مرتبه زمانی است؟

۱) $\theta(n\log n)$

۲) $\theta(n^2)$

۳) $\theta(n\sqrt{n})$

۴) $\theta(n)$

۱۹۹- فرض کنید آرایه $A[0,...,n-1]$ آرایه‌ایست که در آن عددهای صفر و یک قرار دارد و عدد $x=\sum_{i=0}^{n-1} A[i]\times 2^i$ در آن نمایش داده شده است. برای اینکه x را یک واحد افزایش دهیم از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم. هزینهٔ سرشکن (Amortized cost) این الگوریتم چقدر است؟

```
inc(A,n){
    i=0;
    while(i < n and A[i]==1){
          A[i]=0
          i=i+1
    }
    if   i<n  then    A[i]=1
}
```

۱) $O(n)$

۲) $O(\sqrt{n})$

۳) $O(1)$

۴) $O(\log n)$

۲۰۰- محاسبه عبارت زیر، حداقل چند عمل ضرب نیاز دارد؟

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$$

۱) n

۲) n^2

۳) $n+\frac{n(n+1)}{2}$

۴) $n+\frac{n(n-1)}{2}$

(در سوال‌های ۲۰۱ الی ۲۲۰، λ رشته به طول صفر است.)

۲۰۱- کدام گزینه زبان $L_1=\{w \mid w\in\{a,b\}^*, |w| \bmod 3 \geq 1\}$ را بر حسب زبان‌های زیر بیان می‌کند؟

$L_2=\{a,b\}$, $L_3=\{aa, ab, ba, bb\}$

$L_4=\{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$

۱) $L_1=L_4^* L_2 \cup L_3$

۲) $L_1=L_4^* L_2 L_3$

۳) $L_1=L_4^* L_2 \cup L_4^* L_3$

۴) $L_1=L_4^* L_2^* L_3^*$

۲۰۲- یک اتوماتون متناهی قطعی کمینه برای زبان $(a^n)^*$ بر روی الفبای Σ دارای چند حالت است؟

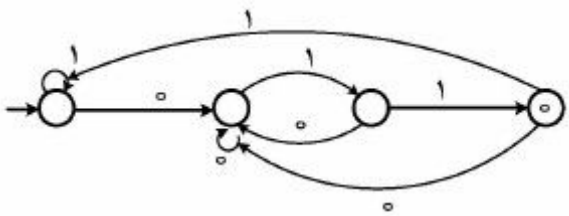
۱) n حالت

۲) $n+1$ حالت

۳) $n+2$ حالت

۴) تعداد حالات وابسته به اندازه Σ است.

۲۰۳- عبارت منظم معادل اتوماتون متناهی قطعی زیر کدام است؟



۱) $(0+1)^*011$

۲) $(0+1)^*(011)^+$

۳) $((0+1)^*011)^*$

۴) $(0+1)^*011(0+1)^*$

۲۰۴- کدام عبارت صحیح است؟

۱) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

۲) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته هستند.

۳) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته هستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.

۴) زبان‌های نامنظم تحت مکمل بسته نیستند و زبان‌های غیرمستقل از متن تحت مکمل بسته نیستند.

۲۰۵- عملگر unany روی زبان L به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Unany}(L)=\left\{1^{|w|} \mid w \in L\right\}$$

حال زبان‌های L_1 و L_2 را به صورت زیر در نظر بگیرید $(\Sigma=\{0,1\})$.

$L_1=\{w\in\Sigma^* \mid$ تعداد صفر با تعداد یک در رشته w برابر است $\}$

$L_2=\{w\in\Sigma^* \mid$ تعداد صفر با تعداد یک در رشته w برابر نیست $\}$

۱) $\text{Unary}(L_1)=(11)^+ \quad \text{Unary}(L_2)=1^*$

۲) $\text{Unary}(L_1)=(11)^* \quad \text{Unary}(L_2)=1^+$

۳) $\text{Unary}(L_1)=(11)^+ \quad \text{Unary}(L_2)=1^+$

۴) $\text{Unary}(L_1)=(11)^* \quad \text{Unary}(L_2)=1^*$

۲۰۶- کدام عبارت صحیح است؟

۱) زبان‌های منظم ذاتاً مبهم نیستند.

۲) زبان‌هایی که بتوان برای آن‌ها گرامر به فرم جامسکی ارائه نمود ذاتاً مبهم نیستند.

۳) هر زبانی که برای آن یک گرامر مبهم وجود داشته باشد ذاتاً مبهم است.

۴) هیچ‌کدام.

۲۰۷- جملات زیر را درنظر بگیرید. چند مورد از جملات زیر جزء مسائل تصمیم‌ناپذیر هستند؟

۱- اگر G گرامر بدون محدودیت باشد، آنگاه آیا $L(G) = \phi$ هست یا خیر.

۲- اگر G گرامر بدون محدودیت باشد، آنگاه آیا $L(G) = \Sigma^*$ هست یا خیر.

۳- اگر M یک ماشین تورینگ باشد، آنگاه آیا $L(M)$ متناهی است یا خیر.

۴- اگر M یک ماشین تورینگ باشد، آنگاه آیا $L(M)$ منظم است یا خیر.

۱) یک مورد ۲) دو مورد ۳) سه مورد ۴) چهار مورد

۲۰۸- کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته‌ای که زبان $L = \left\{ ww^R \mid w \in \{a,b\}^* \right\}$ را می‌پذیرد، صحیح است؟

۱) زبان L را نمی‌توان با یک اتوماتون پشته‌ای پذیرفت.

۲) هر اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش این زبان دارای یک حالت است.

۳) هر اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش ww^R حداقل به اندازهٔ $|w|$ از پشته خود استفاده می‌کند.

۴) برای هر مقدار ثابت C می‌توان یک اتوماتون پشته‌ای برای پذیرش L داشت که برای هر رشته ورودی ww^R فقط به اندازه $\frac{|w|}{C}$ از حافظه پشته خود استفاده کند.

۲۰۹- گرامرهای مستقل از متن $G_1 = (\Sigma, V_1, S_1, P_1)$ و $G_2 = (\Sigma, V_2, S_2, P_2)$ مفروض است. کدام گزینه در مورد گرامر $G = \left(\Sigma, V_1 \cup V_2 \cup \{S\}, S, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1 \mid S_2\}\right)$ صحیح است؟

۱) $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$

۲) $L(G_1) \cup L(G_2) \subseteq L(G)$

۳) $L(G) \subseteq L(G_1) \cup L(G_2)$

۴) اگر $V_1 \cap V_2 \neq \phi$ آنگاه $L(G)$ مستقل از متن نیست.

۲۱۰- گرامر مستقل از متن $G = (\Sigma, V, S, P)$ مفروض است. کدام گزینه در مورد گرامر $G' = (\Sigma, V, S, P')$، $P' = P \cup \{X \to Y \mid X, Y \in V\}$ صحیح است؟

۱) $L(G) = L(G')$ ۲) $L(G')$ منظم است.

۳) $L^*(G) \subseteq L(G')$ ۴) $L(G')$ نامحدود است.

۲۱۱- فرض کنید تابع محاسبه پذیر f یک تناظر یک به یک بین زبان A و B است. کدام‌یک صحیح است؟

۱) اگر B منظم باشد آنگاه A هم منظم است.

۲) حداقل یکی از زبان‌های A و B باید منظم باشد.

۳) اگر B نامنظم باشد آنگاه A هم نامنظم است.

۴) زبان‌های A و B مستقل از هم می‌توانند منظم یا نامنظم باشند.

۲۱۲- رشته x کاهش یافته زیر رشته y است هرگاه با حذف یک زیر رشته از y بدست آمده باشد. مجموعه R برای زبان منظم L کاهش یافته زیر رشته‌ای است هرگاه $R \subseteq L$ و شامل هیچ دو عضو x و y نباشد که x کاهش یافته زیر رشته y است. R ماکسیمال است هرگاه نتوان هیچ رشته‌ای به آن اضافه کرد در حالیکه هنوز کاهش یافته زیر رشته‌ای باقی بماند. کدم گزینه در مورد M صحیح است؟

۱) مجموعه R یکتا است.

۲) مجموعه R همواره متناهی است.

۳) تمام مجموعه‌های R دارای تعداد اعضای یکسان هستند.

۴) طول هر کدام از اعضای R از یک مقدار ثابت وابسته به تعداد حالات اتوماتون پذیرنده L کمتر است.

۲۱۳- رشته x شامل زیر دنباله y است هرگاه حروف y با همان ترتیب ولی نه لزوماً پشت سر هم در x آمده باشند و به صورت $y \subset x$ نشان داده شود. کدام گزینه در مورد زبان L' که به ازای زبان منظم L به صورت زیر تعریف می‌شود صحیح است؟

$$L' = \{x \mid \exists y \in L \mid y \subset x\}$$

۱) L' منظم است.

۲) L' ممکن است متشکل از متن نباشد.

۳) فقط در صورتی که L متناهی باشد L' منظم است.

۴) L' همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

۲۱۴- زبان L به صورت رابطه بازگشتی زیر تعریف شده است.

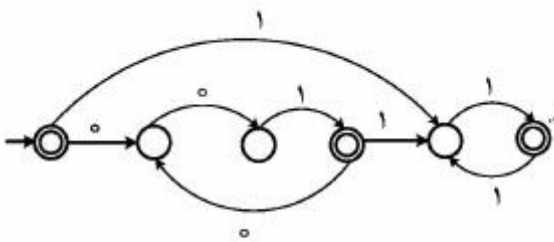
$$\lambda \in L$$

$$x \in L \Rightarrow \begin{cases} 00x \in L \\ x11 \in L \end{cases}$$

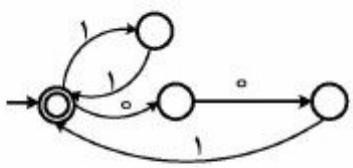
کدام گزینه صحیح است؟

۱) زبان L معادل با زبان گرامر منظم زیر است. $S \to \lambda \mid C1 \mid D1, C \to B0, B \to S0, D \to S1$

۲) زبان L توسط اتوماتون متناهی مقابل پذیرفته می‌شود.



۳) زبان L توسط اتوماتون متناهی مقابل پذیرفته می‌شود.



۴) زبان L معادل با زبان گرامر مستقل از متن زیر است. $S \to \lambda \mid 11 \mid 001 \mid 001S11$

۲۱۵- اتوماتون متناهی قطعی M با n حالت مفروض است. زبان L شامل تمام رشته‌هایی است که M به ازای آن رشته‌ها از تمام حالات پذیرش خود گذر می‌کند. کدام گزینه در مورد L صحیح است؟

۱) L همواره منظم است.

۲) برای $n > 1$ زبان L لزوماً منظم نیست.

۳) زبان L ممکن است مستقل از متن نباشد.

۴) زبان L همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

۲۱۶- یک ماشین تورینگ قطعی را در نظر بگیرید که فقط هنگام حرکت به سمت راست محتوای نوار را تغییر می‌دهد. توان محاسباتی این نوع ماشین تورینگ با کدام‌یک از رده‌های زیر هم ارز است؟

۱) اتوماتون پشته‌ای قطعی ۲) اتوماتون پشته‌ای غیرقطعی

۳) ماشین تورینگ قطعی (بدون این محدودیت) ۴) اتوماتون خطی محدود (LBA)

۲۱۷- برای حل یک مسأله P یک الگوریتم داریم که به ازای هر نمونه دلخواه از مسأله P جواب آن را به‌دست می‌آورد. کدام گزینه در مورد این الگوریتم صحیح است؟

۱) لزوماً این الگوریتم قابل اجرا روی یک ماشین تورینگ قطعی نیست.

۲) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک اتوماتون خطی محدود (LBA) اجرا کرد.

۳) فقط می‌توان این الگوریتم را روی ماشین تورینگ جهانی (Universal) اجرا کرد.

۴) این الگوریتم را می‌توان بر روی یک ماشین تورینگ قطعی اجرا کردولی لزوماً قابل اجرا روی LBA نیست.

۲۱۸- کدام گزینه در مورد یک زبان مستقل از متن ذاتاً مبهم L صحیح است؟

۱) در هر گرامر مستقل از متن G که $L(G) = L$ برای هر $x \in L$ بیش از یک مسیر تولید وجود دارد.

۲) رفتار هر گرامر مستقل از متن G که $L(G) = L$ را می‌توان به‌وسیله یک ماشین پشته‌ای قطعی شبیه‌سازی کرد.

۳) برای هر $x \in L$ می‌توان یک گرامر مستقل از متن G داشت که $L(G) = L$ و فقط یک مسیر یکتا برای تولید x در G وجود دارد.

۴) حداقل یک گرامر مستقل از متن G وجود دارد که $L(G) = L$ و رفتار G را می‌توان به‌وسیله یک ماشین پشته‌ای قطعی شبیه‌سازی کرد.

۲۱۹- کدام گزینه در مورد گرامر دلخواه $G(\Sigma, V, S, P)$ که هر قاعده آن به‌صورت $\alpha \to \beta$ است که $|\beta| > 0$ و β شامل حداقل یک متغیر است، صحیح است؟

۱) $L(G)$ توسط یک اتوماتون متناهی پذیرفته می‌شود.

۲) $L(G)$ توسط یک LBA پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته نمی‌شود.

۳) $L(G)$ توسط یک ماشین تورینگ قطعی پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک LBA پذیرفته نمی‌شود.

۴) $L(G)$ توسط یک ماشین پشته‌ای پذیرفته می‌شود ولی لزوماً توسط یک اتوماتون متناهی پذیرفته نمی‌شود.

۲۲۰- ماشین تورینگ T مفروض است که به ازای تمام ورودی‌ها بر روی نوار آن، فقط از بخش ثابتی از حافظه خود تغییر ایجاد می‌کند. کدام گزینه در مورد زبان T صحیح است؟

۱) $L(T)$ متناهی است.

۲) $L(T)$ مستقل از متن است.

۳) $L(T)$ حساس به متن است.

۴) $L(T)$ منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.

۲۲۱- فرض کنید فضای جواب یک مسئله برنامه‌ریزی خطی در ربع اول باشد. کدام‌یک از قیدهای زیر برای این مسئله غیرضروری است؟

۱) $-x_1 + 2x_2 \leq 0$

۲) $4x_1 + 2x_2 \leq 0$

۳) $x_1 - x_2 \geq 0$

۴) $2x_1 + 3x_2 \geq 0$

۲۲۲- مجموعه چندوجهی ناتهی $x = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$ ..... .

۱) حتما یک نقطه رأسی دارد.

۲) نقطه رأسی دارد اگر و تنها اگر سطرهای A مستقل خطی باشند.

۳) نقطه رأسی دارد اگر و تنها اگر ستون‌های A مستقل خطی باشند.

۴) نقطه رأسی ندارد.

۲۲۳- فرض کنید در مسأله زیر a یک عدد حقیقی است.

$$\text{Min} \quad x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$
$$\text{s.t.} \quad x_1 + ax_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \geq 10$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

این مسأله جواب بهینه ندارد (بی‌کران است)، اگر و تنها اگر ..... .

۱) $a \geq 0$

۲) $a = 0$

۳) $a \leq 0$

۴) $a \neq 0$

۲۲۴- فرض کنید $x^0 \in \mathbb{R}^n$ یک جواب پایه‌ای شدنی برای دستگاه $\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$ باشد که A ماتریسی $m \times n$ است و رتبه سطری کامل دارد. به علاوه، a_j نشان دهنده j-امین ستون A و x_j نشان دهنده j- امین درایه x است. در این صورت، مجموعه بردارهای $\{a_j \mid x_j^0 > 0\}$ ..... .

۱) یک پایه برای $\mathbb{R}^m$ است.

۲) ممکن است وابسته خطی باشد.

۳) مستقل خطی است ولی لزوماً یک پایه برای $\mathbb{R}^m$ نیست.

۴) $\mathbb{R}^m$ را تولید می‌کند ولی لزوماً مستقل خطی نیست.

۲۲۵- اگر در یک مسأله برنامه‌ریزی خطی به ازای یک جهت دور شونده رأسی d_j داشته باشیم $c^T d_j = 0$، که c بردار ضرایب تابع هدف است، کدام گزینه همیشه برقرار است؟

۱) بردار گرادیان تابع هدف هم راستا با بردار نرمال یکی از ابرصفحه‌های تعریف‌کننده ناحیه شدنی است.

۲) اگر مسأله جواب بهینه داشته باشد جواب بهینه چندگانه دارد.

۳) مقدار بهینه تابع هدف صفر است.

۴) مسأله، جواب بهینه ندارد (بی‌کران است).

۲۲۶- یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با ناحیه شدنی بی‌کران را درنظر بگیرید. فرض کنید $\overline{x}$ یک نقطه رأسی ناحیه شدنی این مسأله است. فرض کنید k_1 برابر است با تعداد متغیرهای غیرپایه‌ای و k_2 برابر است با تعداد نقاط رأسی مجاور با $\overline{x}$. در این صورت، ..... .

۱) $k_1 = k_2$

۲) $k_2 \geq k_1$

۳) $k_2 < k_1$

۴) $k_2 \leq k_1$

۲۲۷- جدول زیر دو تکرار متوالی از الگوریتم سیمپلکس برای حل یک مسأله برنامه‌ریزی خطی بیشینه سازی **(Max)** را نشان می‌دهد. مقدار a برابر است با .....

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	RHS
z	۱		−۲			۴
x_1	۰		۲			۶
s_1	۰		a			۸
z	۱					۸
x_1	۰					۲
x_2	۰					۲

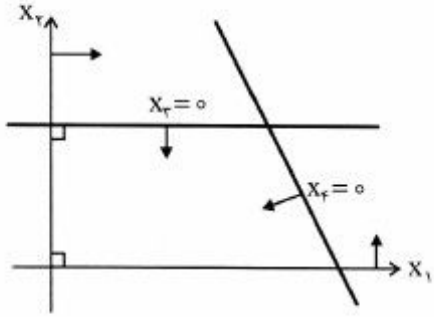
۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

۲۲۸- شکل زیر مجموعه $S = \{x \mid Ax = b, x \geq 0\}$ را نشان می‌دهد که در فضای متغیرهای x_1 و x_2 رسم شده است. اگر $a_1, \ldots, a_4$ ستون‌های A نظیر متغیرهای $x_1, \ldots, x_4$ باشند، کدام ماتریس B، یک ماتریس پایه شدنی است؟



۱) $B = [a_1, a_3]$

۲) $B = [a_2, a_3]$

۳) $B = [a_1, a_4]$

۴) $B = [a_1, -a_1]$

۲۲۹- در جدول آغازین روش M- بزرگ برای حل مساله

$$\min x_1$$
$$\text{s.t.}$$
$$x_1 - 2x_2 \geq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

مقدار $z_2 - c_2$ متناظر با متغیر x_2 برابر است با ..... .

۱) $-M$ ۲) M ۳) $-2M$ ۴) $2M$

۲۳۰- اگر یک مساله برنامه‌ریزی خطی یک جواب شدنی تباهیده (degenerate) داشته باشد، آن‌گاه ..... .

۱) دوگان مساله ناتباهیده است و الگوریتم سیمپلکس دوگان متوقف می‌شود.

۲) الگوریتم سیمپلکس اولیه دچار دور می‌شود و متوقف نمی‌شود.

۳) مساله جواب بهینه تباهیده دارد.

۴) مساله می‌تواند جواب بهینه داشته یا بی‌کران باشد.

۲۳۱- گزاره A را به صورت زیر درنظر بگیرید در این‌صورت کدام گزینه صحیح است؟

مساله مینیمم هزینه در شبکه جریان شدنی است، اگر عرضه با تقاضا در آن شبکه برابر باشد.

۱) گزاره A و عکس آن هیچ یک درست نیستند.

۲) گزاره A و عکس آن هر دو درست هستند.

۳) گزاره A لزوماً درست نیست ولی عکس آن درست است.

۴) گزاره A درست است ولی عکس آن لزوماً درست نیست.

۲۳۲- فرض کنید مسأله (P) به‌صورت زیر جواب بهینه‌ای مانند x^* دارد.

$$\min \ z = c^T x$$
$$\text{s.t.} \quad Ax \leq b \qquad (P)$$
$$x \leq 0$$

قید جدید $d^T x \geq 0$ با بردار داده شده $d \leq 0$ را به مساله اضافه کنید و مساله جدید را (P') بنامید. کدام گزینه درست است؟

۱) (P') می‌تواند ناشدنی باشد.

۲) (P') می‌تواند بی‌کران باشد.

۳) x^* جواب بهینه برای (P') نیز هست.

۴) (P') می‌تواند جواب بهینه‌ای مانند $\bar{x}$ با $c^T\bar{x} \neq c^T x^*$ داشته باشد.

۲۳۳- فرض کنید مساله برنامه‌ریزی خطی به‌صورت زیر جواب بهینه دارد.

$$\min \ z = c^T x$$
$$\text{s.t.} \quad Ax = b \qquad (P)$$
$$x \geq 0$$

اگر بردار b را به $\hat{b}$ تغییر دهیم، آن‌گاه دوگان مساله (P) .....

۱) جواب بهینه دارد. ۲) نمی‌تواند بی‌کران باشد.

۳) می‌تواند ناشدنی باشد. ۴) یا بی‌کران است یا جواب بهینه دارد.

۲۳۴- مساله (P) را به صورت زیر درنظر بگیرید، که در آن $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ و $e = (1,1,\dots 1)^T \in \mathbb{R}^n$، است.

$$\begin{aligned} \min\ & c^T x \\ \text{s.t.}\ & Ax = 0 \\ & e^T x = 1 \qquad (P) \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

اگر (P) شدنی باشد، آنگاه دوگان(P).....

۱) جواب بهینه دارد.
۲) بی‌کران است.
۳) ناشدنی است.
۴) شدنی است ولی جواب بهینه ندارد.

۲۳۵- جدول بهینه یک مسأله برنامه ریزی خطی به‌صورت زیر است، x_4 و x_5 متغیرهای لنگی (slack) و قیود مسأله از نوع $\leq$ هستند. اگر متغیر جدید x_6 با ضریب تابع هدف $c_6 = 2$ و ضرایب قیود $a_6 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ به مساله اضافه شود، ستون به‌روز شده مربوط به x_6، یعنی $\begin{pmatrix} z_6 - c_6 \\ y_6 \end{pmatrix}$ کدام است؟ (توجه: $z_6 = C_B^T B^{-1} a_6$)

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
z	۱	۰	۰	۳	۵	۱	۸
x_1	۰	۱	۰	−۱	۴	−۱	۱
x_2	۰	۰	۱	۲	−۱	۱	۲

۱) $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
۲) $\begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$
۳) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
۴) $\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

۲۳۶- در حل یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با روش M بزرگ کدام یک از گزینه‌های زیر لزوماً درست نیست؟

$$P(M):\ \min z = c^T x + Me^T x_a \quad \text{s.t.} \quad Ax + x_a = b,\ x \geq 0,\ x_a \geq 0$$

$$P:\ \min z = c^T x \quad \text{s.t.} \quad Ax = b,\ x \geq 0$$

(اینجا، $e^T = (1,...,1)$)

۱) اگر مساله $P(M)$ بی‌کران باشد و در جدول نهایی همهٔ متغیرهای مصنوعی صفر نباشند، آنگاه مسأله P نشدنی است.

۲) اگر مساله $P(M)$ مقدار بهینه متناهی داشته باشد و در جدول نهایی همهٔ متغیرهای مصنوعی مقدار صفر نداشته باشند، آنگاه مسأله P نشدنی است.

۳) اگر مساله $P(M)$ بی‌کران باشد و در جدول نهایی همهٔ متغیرهای مصنوعی مقدار صفر داشته باشند، آنگاه مسأله P بی‌کران است.

۴) اگر مساله $P(M)$ جواب بهینه داشته باشد و در جدول نهایی همهٔ متغیرهای مصنوعی صفر باشند، آنگاه مسأله P جواب بهینه دارد.

۲۳۷- جدول زیریکی از جدول‌های فاز دوم در روش دو فازی برای حل یک مسأله کمینه‌سازی است. با فرض این‌که x_3 متغیر وارد شونده است، متغیر خارج شونده کدام است؟ (R_1 متغیر مصنوعی است).

	z	x_1	x_2	x_3	R_1	RHS
z	۰	۰	۰	۴	۰	۳
x_1	۱	۱	۰	۱	۰	۳
x_2	۰	۰	۱	۲	۰	۶
R_1	۰	۰	۰	−۲	۱	۰

۱) x_1

۲) x_2

۳) x_1 یا x_2

۴) R_1

۲۳۸- شرایط کروش ـ کیون ـ تاکر (KKT) برای مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر کدام است؟

$$\min\ c^T x \quad \text{s.t.} \quad Ax = b,\ x \geq 0$$

۱) $Ax = b,\ x \geq 0,\ A^T y + v = c,\ v \geq 0$

۲) $Ax = b,\ x \geq 0,\ A^T y + v = c,\ v^T x = 0,\ v \geq 0$

۳) $Ax = b,\ x \geq 0,\ A^T y - v = c,\ v^T x = 0,\ v \geq 0$

۴) $Ax = b,\ x \geq 0,\ A^T y - v = c,\ v \geq 0$

۲۳۹- کدام یک از مسائل زیر قابل تبدیل به یک مسأله برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای نامنفی است؟

۱) $\min\ 4|x_1| - 2x_2$
$\text{s.t.}\quad x_1 + x_2 \le 3$
$-5 \le x_1 \le 5$
$x_2 \ge 0$

۲) $\min\ 4x_1 - 2|x_2|$
$\text{s.t.}\quad x_1 + x_2 \le 3$
$-5 \le x_2 \le 5$
$x_1 \ge 0$

۳) $\min\ 4x_1 + 2x_2$
$\text{s.t.}\quad |x_1 + x_2| \ge 3$
$-5 \le x_1, x_2 \le 5$

۴) $\min\ 4|x_1| - 2|x_2|$
$\text{s.t.}\quad x_1 + x_2 \le 3$
$-5 \le x_1, x_2 \le 5$

۲۴۰- فرض کنید $A_{m\times n}$، $c_{n\times 1}$ و $b_{m\times 1}$ داده شده و بردار u وجود دارد به‌طوری که $Au = 0$ و $c^T u \neq 0$. آنگاه دستگاه $A^T y = c$ ..... .

۱) جواب دارد اگر و تنها اگر $c \ge 0$.
۲) جواب ندارد.
۳) همواره جواب دارد.
۴) جواب دارد اگر و تنها اگر $c \le 0$.