271

F

271F

@RayanAzmoon

نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

عصر پنج‌شنبه
۹۵/۰۲/۱۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ــ سال ۱۳۹۵

مجموعهٔ علوم کامپیوتر ــ کد ۱۲۰۹

تعداد سؤال: ۲۴۰ | مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

گرایش	ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
مشترک	۱	زبان عمومی و تخصصی(انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
مختص داوطلبان علوم‌کامپیوتر	۲	دروس پایه ۱ (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیزریاضی، مبانی آنالیز عددی ومبانی‌احتمال)	۴۵	۳۱	۷۵
	۳	دروس تخصصی ۱ (مبانی ترکیبات، ساختمان‌داده‌هاوالگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها)	۶۰	۷۶	۱۳۵
مختص داطلبان علوم تصمیم و مهندسی دانش	۴	دروس پایه ۲ (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامپیوتر، ریاضیات گسسته)	۴۵	۱۳۶	۱۸۰
	۵	دروس تخصصی ۲ (ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، تحقیق در عملیات ۱)	۶۰	۱۸۱	۲۴۰

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

*توجه: کلیه داوطلبان می‌بایست به سوالات ۱ الی ۳۰ پاسخ بدهند.

زبان عمومی و تخصصی(انگلیسی):

PART A: Vocabulary
Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

1- **This evening's meeting is one in which important issues would be discussed; your attendance is ----------.**
1) obligatory 2) didactic 3) relevant 4) explicit

2- **After a long ---------- between the former husband and wife over the custody of the child, the court finally decided to grant the custody to the mother.**
1) contradiction 2) cruelty 3) squabble 4) hesitation

3- **In Australia, animals are reared on crop residue. Without the animals, these residues would have to be ---------- by other means before another crop can be grown–often by burning.**
1) deprived of 2) disposed of 3) resorted to 4) alluded to

4- **Unable to ---------- the tyrannical rules and regulations at the hostel, young Vivian thought of escaping in the dark of the night.**
1) scold 2) acclaim 3) bear 4) treat

5- **Why do some animals, such as humans, ---------- to sleep, whereas others, such as elephants and giraffes, stand?**
1) require 2) snore 3) set up 4) lie down

6- **With sixteen victories in a row, the Australian cricket team was looking quite unassailable, but they were finally ---------- at the hands of the Indians.**
1) dispersed 2) vanquished 3) confronted 4) disregarded

7- **The salesboy tried to persuade the old man to buy goods from him, but had to give up when the old man told him ---------- that he would not buy anything from him.**
1) arbitrarily 2) haphazardly 3) unequivocally 4) necessarily

8- **But he had become ---------- to the rush and whirr of missiles, and now paid no heed whatever to them.**
1) inured 2) rendered 3) constrained 4) affirmed

9- **The judge openly associated with racist organizations; nevertheless, he showed no ---------- in his decisions during his career.**
1) uniqueness 2) dexterity 3) gratitude 4) prejudice

10- **I don't have any explanation for his ---------- behavior at last night's party, though I'm sure that he is quite apologetic about it.**
1) credible 2) resolute 3) distinct 4) bizarre

PART B: Cloze Passage
Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Where do such creative sparks come from? How can we conjure them whenever we want? And why can that be (11) ---------- anyway? A complete understanding isn't here yet, (12) ---------- neuroscientists are already on the trail of (13) ----------. They also have some

good news for each of us (14) ---------- to ignite those inventive fires. As it turns out, (15) ---------- our own muse may be easier than we think, especially if we learn to make a habit of it.

11- 1) infernally difficult so to do 2) so infernally difficult to do
3) difficult infernally to do so 4) to do so infernally difficult

12- 1) in spite of 2) however 3) nonetheless 4) but

13- 1) where and how does creativity arise 2) creativity how and where it arises
3) where and how creativity arises 4) creativity does arise where and how

14- 1) who has ever struggled 2) struggled ever
3) have ever struggled 4) ever to struggle

15- 1) we tap 2) when we tap 3) and taps 4) tapping

PART C: Reading Comprehension

***Directions*: Read the following passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.**

PASSAGE 1:

The system called PI (Placement and Interconnect) is, at the time of this writing, under development at MIT by R. L. Rivest and his associates. The system tackles one of the most difficult and important combinatorial problems in VLSI systems: given a collection of cells, with ports on the boundaries, and a collection of nets, which are sets of ports that need to be wired together, find a good way to place the cells and run the wires so that the wires are short and the whole layout takes a small amount of area.

Many systems rely on the user's judgment more than is theoretically necessary. For example, a sticks system like LAVA relies, for placement of cells, on the user selecting an order in which cells are abutted. LAVA then designs the cells so that the wires running through or between them abut correctly. Life would be simpler, and perhaps better layouts would result, if we designed only the basic cells in LAVA, and a global placer and router worried about putting them where they best fit, then ran the wires as necessary to effect the proper interconnections.

Like most combinatorial problems, it is not feasible to solve the placement and routing problem exactly for instances consisting of more than a few cells and a few nets. Thus, for years people have looked for heuristic solutions that would run in a relatively small amount of time, be relatively compact, and minimize the delay due to signals propagating through long wires. The key contribution of PI is that it partitions the problem into a number of independent subproblems, each of which must be solved heuristically, but which, because of their comparative simplicity, can be studied and possibly solved with far better results than can the placement and routing problem as a whole.

16- The system PI is concerned with ----------.
1) an optimal wiring of ports
2) wiring as many sets of ports as possible
3) placing cells and wiring ports beyond boundaries
4) placing a minimal number of cells on the boundaries

17- For a better layout, systems ----------.

1) must rely on user's judgment
2) should disregard placers and routers
3) need not rely so much on user's judgment
4) should follow the order specified by LAVA

18- The exact solution of the placement and routing problem ----------.

1) is always needed for a feasible system
2) cannot be obtained as combinatorial problems are NP- hard
3) cannot be obtained in a reasonable time when the number of cells or the number of nets is not small
4) can always be obtained by solving a combinatorial problem in a reasonable amount of time

19- Which of the following is the word "partitions" in Paragraph 3 closest in meaning to?

1) Divides 2) Multiplies 3) Imposes 4) Trades

20- Which of the following statements is true?

1) The placement and routing problem admit inappropriate solutions.
2) The PI problem can be expected to present an effective solution.
3) Heuristics are not applicable to the placement and routing problem as a whole.
4) Overall, the PI problem becomes irrelevant because so many subproblems are needed to be solved heuristically.

PASSAGE 2:

It is sometimes necessary to make a distinction between a message and the representation of the message. Both in a subnet and in a computer, a message is usually represented as a string of binary symbols, 0 or 1. For brevity, a binary symbol will be referred to as a *bit*. When a message goes from sender to recipient, there can be several transformations on the string of bits used to represent the message. Such transformations are sometimes desirable for the sake of data compression and sometimes for the sake of facilitating the communication of the message through the network. A brief description of these two purposes follows.

The purpose of data compression is to reduce the length of the bit string representing the message. From the standpoint of information theory, a message is regarded as one of a collection of possible messages, with a probability distribution on the likelihood of different messages. Such probabilities can only be crudely estimated, either a priori or adaptively. The idea, then, is to assign shorter bit strings to more probable messages and longer bit strings to less probable messages, thus reducing the expected length of the representation. For example, with text, one can represent common letters in the alphabet (or common words in the dictionary) with a small number of bits and represent unusual letters or words with more bits. As another example, in an airline reservation system, the common messages have a very tightly constrained format (date, flight number, names, etc.) and thus can be very compactly represented, with longer strings for unusual types of situations. Data compression will be discussed more later in the context of compressing control overhead. Data compression will not be treated in general here, since this topic is separable from that of data networks, and is properly studied in its own right, with applications both to storage and point-to-point communication.

Transforming message representations to facilitate communication, on the other hand, is a central topic for data networks. In subsequent chapters, there are many examples in which various kinds of control overhead must be added to messages to ensure reliable communication, to route the message to the correct destination, to control congestion, and so on. It will also be shown that transmitting very long messages as units in a subnet is harmful in several ways, including delay, buffer management, and congestion control. Thus, messages represented by long strings of bits are usually broken into shorter bit strings called *packet*s. These packets can then be transmitted through the subnet as individual entities and reassembled into messages at the destination.

21- Which of the following statements is true?

1) There is a need to differentiate between a message and its representation.
2) There is no need to have a message represented by bits.
3) There is no transformation on the string of bits when transferred from one place to another.
4) There is no need for transformation on strings of bits because messages cannot be compressed.

22- One can use probability distribution for occurrence of different messages in order to ----------.

1) remove less likely messages
2) assign bit strings to messages randomly
3) assign longer bit strings to more likely messages
4) decide upon the assignment of bit strings to messages

23- The expected length of the representation for a text can be reduced if ----------.

1) unusual words are represented by shorter bit strings
2) appropriate bit string assignment is made for highly frequent words
3) words are represented by bit strings whose lengths are decided randomly
4) the text is divided into a number of short messages

24- Which of the following statements is true about data compression?

1) It is an inseparable part of data networks.
2) It has no application in transfer of data.
3) It leads to loss of data being transferred.
4) It can be used for storing messages or transferring data.

25- Which of the following statements is true about an airline reservation system?

1) There is no need for data compression.
2) Shorter strings should be used for flight numbers.
3) Dates, names and flight numbers should be represented exactly by the letters and numbers as specified.
4) Common messages are represented by bit strings loosely.

PASSAGE 3:

Modeling phenomena such as clouds, smoke, water, and fire has proved difficult with the existing techniques of computer image synthesis. These "fuzzy" objects do not have smooth, well-defined, and shiny surfaces; instead their surfaces are irregular, complex, and ill defined. We are interested in their dynamic and fluid changes in shape and

appearance. They are not rigid objects nor can their motions be described by the simple affine transformations that are common in computer graphics.

This paper presents a method for the modeling of fuzzy objects that we call particle systems. The representation of particle systems differs in three basic ways from representations normally used in image synthesis. First, an object is represented not by a set of primitive surface elements, such as polygons or patches, that define its boundary, but as clouds of primitive particles that define its volume. Second, a particle system is not a static entity. Its particles change form and move with the passage of time. New particles are "born" and old particles "die." Third, an object represented by a particle system is not deterministic, since its shape and form are not completely specified. Instead, stochastic processes are used to create and change an object's shape and appearance.

In modeling fuzzy objects, the particle system approach has several important advantages over classical surface-oriented techniques. First, a particle (for now, think of a particle as a point in three-dimensional space) is a much simpler primitive than a polygon, the simplest of the surface representations.

26- Clouds and fire cannot be easily modeled, because ----------.

1) they have smooth surfaces
2) their surfaces are not sharp
3) their motions are described by affine transformations
4) affine transformations cannot be used for description of their motions

27- A polygon serves as ----------.

1) a model for particles
2) a simple tool for surface representation
3) a preferred tool for representation of fuzzy objects
4) a simple primitive to represent a collection of points

28- Particle systems ----------.

1) are not well-defined
2) are useful to represent smooth surfaces
3) make use of primitive particles to describe the volume of an object
4) need particles and polygons as primitive tools

29- A fuzzy object can be shown by ----------.

1) static entities
2) a deterministic particle system
3) use of stochastic processes
4) a classical surface-oriented technique

30- Which of the following phrases best describes the passage?

1) Particle systems for fuzzy objects
2) Clouds of particles for clouds
3) Static surface representation
4) Deterministic versus stochastic processes

@RayanAzmoon

توجه: سوالات ۳۱ الی ۱۳۵ مختص داوطلبان علوم کامپیوتر می‌باشد.

دروس پایه ۱ (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

ریاضیات عمومی:

۳۱- مقدار $\lim_{x\to+\infty}(x-\ln\cosh x)$ کدام است؟

۱) $\frac{-\text{Ln}\,۲}{۲}$

۲) $-\text{Ln}\,۲$

۳) $\frac{\text{Ln}\,۲}{۲}$

۴) $\text{Ln}\,۲$

۳۲- اگر $n=۱,۲,۳,\ldots$; $a_n=\sqrt[n]{(۱+\frac{۱}{n})(۱+\frac{۲}{n})\cdots(۱+\frac{n}{n})}$ ، مقدار $\lim_{n\to\infty}a_n$ کدام است؟

۱) $+\infty$

۲) $۴e^{۲}$

۳) ۱

۴) $\frac{۴}{e}$

۳۳- مقدار سری $\sum_{n=۱}^{\infty}(-۱)^{n-۱}\frac{۲n+۱}{n(n+۱)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) $\frac{\pi}{۲}$

۴) سری واگراست.

۳۴- بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱}{(۱+\frac{۱}{۲}+\cdots+\frac{۱}{n})n}x^n$ کدام است؟

۱) $[-\frac{۱}{e},\frac{۱}{e})$

۲) $(-\frac{۱}{e},\frac{۱}{e})$

۳) $[-۱,۱)$

۴) $(-۱,۱)$

۳۵- مقدار $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sqrt{1+\cos x}}{(1-\cos x)^{7/2}} dx$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{5}$

۲) $\frac{7}{2}$

۳) $\frac{7}{3}$

۴) ۱

۳۶- طول مارپیچ $r = e^{-\theta} (0 \le \theta < \infty)$ در دستگاه مختصات قطبی کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{2}$

۳) $\sqrt{3}$

۴) ۲

۳۷- مشتق جهتی تابع $f(x,y,z) = \ln(2x+y+3z+1)$ در نقطه $(0,1,2)$ در جهتی که با جهت مثبت سه محور مختصات زوایای حادهٔ مساوی می‌سازد، کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\sqrt{3}$

۴) $4\sqrt{3}$

۳۸- مقدار انتگرال $\iiint_R \sin(\pi y^3) dv$ که در آن R هرم به رئوس $(0,0,0)$، $(0,1,0)$، $(1,1,0)$، $(1,1,1)$ و $(0,1,1)$ است، کدام است؟

۱) $\frac{2}{3\pi}$

۲) $\frac{4}{3\pi}$

۳) $\frac{3}{4\pi}$

۴) $\frac{3}{2\pi}$

۳۹- فرض‌کنیم D گوی $x^2+y^2+z^2 \le 4$ باشد و $\vec{F}(x,y,z) = 4x\vec{i} + 4y\vec{j} + 4z\vec{k}$. مقدار $\iiint_D \text{div}F(x,y,z) dv$ کدام است؟

۱) 32π

۲) 64π

۳) 128π

۴) 256π

مبانی علوم ریاضی:

۴۰- نقیض گزاره زیر کدام گزینه است؟

«دو عدد حقیقی متمایز وجود دارند که هیچ عدد گویایی بین آن دو عدد وجود ندارد.»

۱) $\forall a,b\in\mathbb{R}\ \ a=b$ یا $\forall c\in\mathbb{Q}\,(a<c<b$ یا $b<c<a)$

۲) $\forall a,b\in\mathbb{R}\ \ a\neq b\Rightarrow\forall c\in\mathbb{Q}\,(a<c$ و $c<b)$

۳) $\forall a,b\in\mathbb{R}\ \ a=b$ یا $\exists c\in\mathbb{Q}\,(a<c<b$ یا $b<c<a)$

۴) $\forall a,b\in\mathbb{R}\ \ a\neq b\Rightarrow\exists c\in\mathbb{Q}\,(a<c$ یا $c<b)$

۴۱- اگر B و A مجموعه‌هایی ناتهی باشند و $(A\times B)\cup(B\times A)=C\times C$، آن‌گاه کدام گزاره لزوماً درست است؟

۱) $A=B=C$

۲) $C=A\cup B$

۳) $A=C$ یا $B=C$

۴) $C=A\cap B$

۴۲- فرض کنید $\leq$ ، $\geq$ و $>$ روابط معمولی بر $\mathbb{N}$ (اعداد طبیعی) باشند، کدام یک از ترکیب‌های زیر صحیح نیست؟

۱) $\leq\circ<=<$

۲) $<\circ<=<$

۳) $\leq\circ\geq=\mathbb{N}^{2}$

۴) $\leq\circ\leq=\leq$

۴۳- فرض کنید A یک مجموعهٔ ناتهی و $X=P(A)$ مجموعهٔ توانی A باشد. رابطهٔ R را به‌صورت زیر روی X تعریف می‌کنیم، کدام گزاره درست است؟ $(U,V)\in R\Leftrightarrow U\subseteq A-V$

۱) R یک رابطهٔ انعکاسی است.

۲) R یک رابطهٔ متقارن است.

۳) R یک رابطهٔ پاد متقارن است.

۴) R یک رابطهٔ متعدی است.

۴۴- فرض کنید $f:X\to Y$ تابعی یک به یک باشد، $A\subseteq X$ و $B\subseteq Y$ کدام گزاره درست نیست؟

۱) $Y-f(A)\subseteq f(X-A)$

۲) $f(A\cap f^{-1}(B))=f(A)\cap B$

۳) $A=f^{-1}(f(A))$

۴) $f(f^{-1}(B))=f(X)\cap B$

۴۵- فرض کنید $\bigcup_{i\in Q}A_i$ ناشمار است، کدام گزاره درست است؟

۱) حداقل یکی از A_iها شمارا است.

۲) همه A_iها ناشمارا هستند.

۳) حداقل یکی از A_iها ناشمار است.

۴) همه A_iها شمارا هستند.

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی:

۴۶- رتبه ماتریس $\begin{pmatrix} 0 & a & a \\ b & 0 & a \\ b & b & b \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ برابر با کدام‌یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۴۷- فرض کنید A یک ماتریس حقیقی ناصفر 2×2 باشد به‌طوری که $A^2 = 0$. برای عدد حقیقی دلخواه $c\in\mathbb{R}$، همه موارد زیر دربارهٔ $\det(cI - A)$ صحیح هستند، به‌غیر از:

۱) برابر با c^2+1 است.

۲) برابر با c^2 است.

۳) برابر با $\frac{c^2}{2}\operatorname{tr}(I+A)$ است.

۴) برابر با $\frac{c^2}{2}\operatorname{tr}(I-A)$ است.

۴۸- فرض کنید a، b و c سه عدد حقیقی متمایز باشند، کدام‌یک از ماتریس‌های زیر روی $\mathbb{R}$ متشابه یک ماتریس قطری است؟

۱) $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & b & a \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ c & b & 1 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ c & b & 0 \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & b & 0 \\ 1 & 1 & c \end{bmatrix}$

۴۹- تحت چه شرایطی روی a و b دستگاه $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & 3 & b \\ 2 & 2 & a \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 \\ 3b \\ 7 \end{bmatrix}$ بی‌نهایت جواب دارد؟

۱) $a \neq 2, b \neq 3$

۲) $a = 2, b \neq 3$

۳) $a \neq 2, b = 3$

۴) $a = 2, b = 3$

۵۰- فرض‌کنید $A \neq I$ ماتریسی 2×2 با درایه‌های حقیقی بوده و $A^3 = I$. در این صورت مقدار $\operatorname{tr}(A)$ برابر است با:

۱) -1

۲) ۰

۳) ۱

۴) ۲

۵۱- فرض کنید A یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر باشد، اگر ماتریس B از تعویض دو سطر iام و jام ماتریس A، به دست آید، کدام گزاره صحیح است؟

۱) B^{-1} از تعویض سطرهای iام و jام ماتریس A به‌دست می‌آید.

۲) B^{-1} از تعویض سطرهای iام و jام ماتریس A^{-1} به‌دست می‌آید.

۳) B^{-1} از تعویض ستون‌های iام و jام ماتریس A به‌دست می‌آید.

۴) B^{-1} از تعویض ستون‌های iام و jام ماتریس A^{-1} به‌دست می‌آید.

مبانی آنالیز ریاضی:

۵۲- تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ را درنظر بگیرید. کدام گزینه با پیوستگی تابع f معادل است؟

۱) تصویر هر مجموعهٔ باز، تحت f یک مجموعهٔ باز است.

۲) تصویر هر دنبالهٔ همگرا تحت f، یک دنباله همگرا است.

۳) تصویر هر مجموعه فشرده تحت f، یک مجموعه فشرده است.

۴) تصویر هر مجموعه همبند تحت f ، یک مجموعه همبند است.

۵۳- اگر به ازای هر $n \in \mathbb{N}$، $a_n \geq 0$ و سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد، آن‌گاه کدام سری همگرا است؟

۱) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$

۲) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{a_n}{n}}$

۳) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{n}$

۴) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{1+a_n}$

۵۴- دنباله $a_n = \sin(\frac{n\pi}{4}) + (-1)^n(1-\frac{1}{n})$ را درنظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱) $\liminf a_n = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 , \limsup a_n = 1$

۲) $\liminf a_n = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 , \limsup a_n = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

۳) $\liminf a_n = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 , \limsup a_n = 2$

۴) $\liminf a_n = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 , \limsup a_n = 2$

۵۵- فرض کنید $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی مثبت باشد، به‌طوری که $\lim_{n\to\infty} x_n^{1/n} = \alpha$ ، کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $\alpha = \frac{1}{2}$ آنگاه $\{x_n\}$ همگرا به صفر است.

۲) اگر $\alpha = 1$ آنگاه $\{x_n\}$ همگرا به ۱ است.

۳) اگر $\alpha = 1$ آنگاه $\{x_n\}$ واگرا است.

۴) فقط در صورتی که $\alpha = 0$ دنبالهٔ $\{x_n\}$ همگرا است.

۵۶- فرض کنید $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ تابعی مشتق‌پذیر باشد که $0 \le f'(x) \le 1$ و $f(0)=0$. کدام گزینه در مورد تابع $g(x) = 2\int_0^x f(t)dt - (f(x))^2$ بر $[0,\infty)$ درست است؟

۱) صعودی

۲) ناپیوسته

۳) نزولی

۴) مشتق‌ناپذیر

۵۷- کدام‌یک از توابع زیر بر $(0,+\infty)$ پیوسته یکنواخت است؟

۱) $\frac{1}{x}$

۲) x^2

۳) $\sin(\frac{1}{x})$

۴) $\frac{x-1}{x^2+1}$

۵۸- فرض کنید A° درون مجموعه A، $\bar{A}$ بستار مجموعه A و A^c متمم مجموعه A باشند. کدام گزینه در مورد زیرمجموعه‌های A و B از $\mathbb{R}$ لزوماً درست نیست؟

۱) $\overline{(A\cup B)} = \bar{A}\cup\bar{B}$

۲) $(A\cup B)^\circ = A^\circ\cup B^\circ$

۳) $\bar{A} = ((A^c)^\circ)^c$

۴) $(A^\circ)^c = \overline{(A^c)}$

۵۹- فرض کنید A زیرمجموعه همبند و فشرده‌ای از $\mathbb{R}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) مرز A هم همبند و هم فشرده است.

۲) مرز A نه همبند و نه فشرده است.

۳) مرز A همبند است و ممکن است فشرده نباشد.

۴) مرز A فشرده است و ممکن است همبند نباشد.

۶۰- تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ داده شده به‌طوری که به ازای هر $x\in\mathbb{R}$ داریم $f(f(x)) = -x$. در مورد تابع f کدام گزینه درست است؟

۱) f همه جا مشتق‌پذیر است.

۲) f فقط در صفر مشتق‌پذیر است.

۳) f بر $\mathbb{R}$ پیوسته نیست.

۴) f فقط در نقطهٔ صفر پیوسته است.

۶۱- فرض کنید تابع $f:(۰,۱)\to\mathbb{Q}$ غیرثابت باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) تابع f پیوسته نیست.

۲) تابع f می‌تواند یک به یک باشد.

۳) مجموعه نقاط ناپیوستگی f حداکثر شمارا است.

۴) تابع f انتگرال‌پذیر است.

۶۲- فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ تابعی یک به یک باشد، کدام گزینه برای $A\subseteq\mathbb{R}$ درست است؟

۱) $f(f^{-۱}(A))=A$

۲) $f^{-۱}(f(A))=A$

۳) $f(\bar{A})\subseteq\overline{f(A)}$

۴) $\overline{f(A)}\subseteq f(\bar{A})$

۶۳- تابع $f:[۰,۱]\to\mathbb{R}$ با ضابطه $f(x)=\begin{cases}۰ & x=\frac{۱}{n}\ ,\ n\in\mathbb{N}\\ ۱ & \text{در غیر این‌صورت}\end{cases}$ را درنظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱) $\overline{\int_{۰}^{۱} f(x)dx}=۰$

۲) $\underline{\int_{۰}^{۱} f(x)dx}=۰$

۳) $\int_{۰}^{۱} f(x)dx=۱$

۴) $\int_{۰}^{۱} f(x)dx$ موجود نیست.

مبانی آنالیز عددی:

۶۴- برای جلوگیری از خطای، از دست دادن ارقام با معنی، عبارت $\frac{۱-\cos x}{x}$ را با $\frac{x}{۲}$ جایگزین می‌کنیم. در $x=۱۰^{-۴}$ این تقریب دست کم چند رقم اعشار درست دارد؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

۶۵- رابطهٔ تکراری $X_{n+۱}=\cos^{۲}(X_n-\frac{\pi}{۲}), n=۰,۱,۲,...$ ، با نرخ همگرایی برابر با ..... همگراست.

۱) ۱ به $X^*=۰$

۲) ۲ به $X^*=۰$

۳) ۱ به $X^*=\frac{\pi}{۲}$

۴) ۲ به $X^*=\frac{\pi}{۲}$

۶۶- اگر $f(x)=x^4$، مقدار $\frac{f[2,2,2,2]}{f[1,1,1]}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{4}{3}$

۴) ۲

۶۷- چند جمله‌ای درون‌یاب برای داده‌های $(i , -i^2+i+1)$، $i=0,1$، برابر است با.....

۱) ۱

۲) t

۳) $t-1$

۴) $-t^2+t-1$

۶۸- روش $\int_0^h f(x)dx \cong w_0hf(0)+w_1hf'(h)+w_2hf(h)$ را در نظر بگیرید. اگر فرمول طرف راست برای چند جمله‌ای‌های درجه ۲ دقیق باشد، آن‌گاه گزینه صحیح کدام است؟

۱) $w_0=w_2=\frac{2}{3}$ ، $w_1=-\frac{1}{2}$

۲) $w_0=w_2=\frac{1}{3}$ ، $w_1=-\frac{h}{6}$

۳) $w_0=-\frac{1}{3}$ ، $w_2=\frac{2}{3}$ ، $w_1=-\frac{1}{6}$

۴) $w_0=\frac{1}{3}$ ، $w_2=\frac{2}{3}$ ، $w_1=-\frac{h}{6}$

۶۹- فرض کنید دقت در درایه‌های ماتریس A و بردار b در یک دستگاه معادلات خطی $Ax=b$ حداکثر چهار رقم دهدهی است. اگر این دستگاه را با روش حذفی گوس و محورگزینی سطری روی یک کامپیوتر با ۱۰ رقم دقت دهدهی در مانتیس حل کنیم، و عدد حالت ماتریس A برابر با ۱۰باشد، آن‌گاه تعداد ارقام قابل اعتماد در جواب به‌دست آمده حداکثر کدام است؟

۱) ۹

۲) ۱

۳) ۳

۴) ۴

@RayanAzmoon

مبانی احتمال:

۷۰- فرض کنید میانگین نمونه‌ای سه جامعه مجزا به صورت زیر باشد؛

جامعه	۱	۲	۳
تعداد	۱۰	۲۰	۳۰
$\overline{x}_i$	۱۲	۶	۱۰

میانگین نمونه‌ای کل سه جامعه، کدام است؟

۱) ۹

۲) $\frac{۲۸}{۳}$

۳) ۱۰

۴) $\frac{۲۹}{۳}$

۷۱- تعداد ۸ تخته سیاه را بین ۳ مدرسه تقسیم می‌کنیم. احتمال اینکه به هر مدرسه حداقل یک تخته سیاه برسد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۴}{۳۱}$

۲) $\frac{۱}{۷}$

۳) $\frac{۲۱}{۳۲}$

۴) $\frac{۷}{۱۵}$

۷۲- برای دو پیشامد E و F داریم $P(E)=\frac{۱}{۳}$، $P(F)=\frac{۱}{۴}$ و $P(E^c \cap F^c)=\frac{۱}{۲}$. که در آن E^c و F^c متمم‌های E و F هستند. گزینه صحیح کدام است؟

۱) E و F مستقل‌اند.

۲) E و F مجزا هستند.

۳) $F \subset E$ است.

۴) $E-F=\phi$ است.

۷۳- نرخ ابتلاء به بیماری ریه در بین مردان سیگاری دو برابر مردان غیرسیگاری است. همچنین نسبت مردان غیرسیگاری دو برابر مردان سیگاری است احتمال اینکه یک مرد مبتلا به بیماری ریه، سیگاری باشد کدام است؟

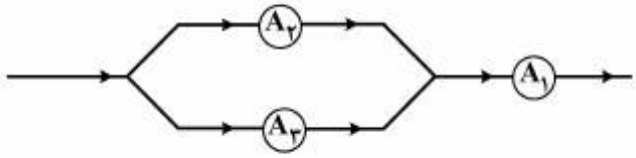
۱) $\frac{۱}{۵}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۷۴- سه خازن A_1، A_2 و A_3 با احتمالات کارکرد به ترتیب ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۳ مستقل از هم در سیستمی به صورت زیر نصب شده‌اند. احتمال کارکرد سیستم چقدر است؟



۱) ۰/۳
۲) ۰/۱۹۵
۳) ۰/۲۵۵
۴) ۰/۲۹۵

۷۵- احتمال طول عمر تا ۸۰ سالگی برابر با ۰/۶ است. همچنین احتمال طول عمر تا ۹۰ سالگی برابر با ۰/۵ است. احتمال اینکه فردی تا ۹۰ سالگی عمر کند، به شرطی که ۸۰ سال سن دارد، تقریباً برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۵}{۶}$
۳) $\frac{۵}{۱۱}$
۴) $\frac{۶}{۱۱}$

دروس تخصصی ۱ (مبانی ترکیبات، ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها):

مبانی ترکیبات:

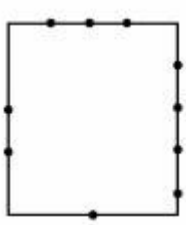
۷۶- فرض کنید $p(n,r)$ تعداد جایگشت‌های rتایی از n شی (متمایز) است، مقدار n چقدر باشد تا $p(n,۳) = ۳p(n,۲)$؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۷۷- تعداد جایگشت‌های نمادهای ۱،۲،۳،۴،۵،۶ که در آن‌ها ۱ بلافاصله قبل از ۲ ظاهر شود، امّا ۳ بلافاصله پس از ۲ ظاهر نشود برابر است با:

۱) ۲۴
۲) ۹۶
۳) ۳۸۴
۴) ۶۰۰

۷۸- از ده نقطه‌ای که روی اضلاع مربع (شکل زیر) مشخص شده‌اند، به چند طریق می‌توانیم ۳ نقطه انتخاب کنیم که تشکیل یک مثلث بدهند؟ (رئوس یک مثلث باشند)



۱) ۵۰
۲) ۷۲
۳) ۱۱۵
۴) ۱۶۵

۷۹- گراف دوبخشی G که راس‌های یک بخش آن $\{۱,...,۸\}$ و راس‌های بخش دیگر، زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از اعضای متوالی $\{۱,...,۸\}$ هستند، را در نظر بگیرید. اعداد ۱ و ۸ متوالی در نظر گرفته نمی‌شوند. هر یال یک راس را به مجموعه‌ای که عضو آن است، متصل می‌کند. کدام گزینه درباره این گراف درست است؟

۱) گراف دارای ۲۰ یال است.

۲) گراف $K_۴$ زیرگراف این گراف است.

۳) طول بلندترین مسیر در این گراف برابر با ۱۰ است.

۴) درجه همهٔ راس‌های گراف با هم برابر است.

۸۰- گراف G با راس‌های عضو مجموعهٔ $\{۰,۱\}^۵$ را در نظر بگیرید. دو راس در این گراف مجاورند اگر و تنها اگر دنباله‌های متناظر با راس‌های آنها فقط در یک جایگاه متفاوت باشند. کدام گزاره درباره این گراف نادرست است؟

۱) گراف G، دوبخشی است.

۲) درجه هر رأس G برابر با ۵ است.

۳) طول کوتاه‌ترین دور در G برابر با ۴ است.

۴) گراف G مسطح است.

۸۱- به ازای کدام مقدار n، دو معادله زیر، در مجموعه اعداد صحیح مثبت تعداد جواب‌های یکسانی دارند؟

$$x_۱ + x_۲ + ... + x_{۱۳} = n$$
$$y_۱ + y_۲ + ... + y_{۹۴} = n$$

۱) ۱۰۴

۲) ۱۰۵

۳) ۱۰۶

۴) ۱۰۷

۸۲- دنبالهٔ $(b_۰, b_۱, ..., b_{۴۰})$ با ضابطهٔ $b_k = \binom{۴۰}{k} \bmod ۴۱$ تعریف شده است. حاصل عبارت $\sum_{k=۰}^{۴۰} b_k$ کدام است؟

۱) ۴۸۱

۲) ۶۴۱

۳) ۶۸۱

۴) ۸۲۱

۸۳- چند شماره تلفن ۷ رقمی می‌توان نوشت به‌طوری که بر ۲، ۳ و ۵ بخش‌پذیر باشند، و ارقام آن غیرتکراری باشد؟

۱) $۳۰ \times ۶!$

۲) $۹ \times ۶!$

۳) $۱۲ \times ۶!$

۴) $۲۷ \times ۶!$

@RayanAzmoon

۸۴- بردارهای (n تایی‌های) V_1، V_2 و V_3 از $\mathbb{Z}_5^n$ انتخاب شده‌اند، به‌طوری‌که $V_1 + V_2 + V_3 = 0$. منظور از ۰ در طرف دوم، n تایی با مؤلّفه‌های ۰ است. چند انتخاب مختلف برای V_1، V_2 و V_3 وجود دارد؟

۱) 20^n

۲) 5^{2n}

۳) 5^{3n}

۴) 5^{n+1}

۸۵- یک دنباله به طول ۸، ساخته شده از نمادهای $\{0,1,...,9\}$، خوب نامیده می‌شود هرگاه شامل تعداد زوجی ۰ باشد. تعداد دنباله‌های خوب به طول ۸ کدام است؟

۱) 10^8

۲) 10^9

۳) $\frac{10^8 - 8^8}{2}$

۴) $\frac{10^8 + 8^8}{2}$

۸۶- تمام جایگشت‌های ۱ تا ۱۰را در یک ردیف نوشته‌ایم. به طور میانگین چند عدد سرجای خود نیستند؟ (عدد k سرجای خودش است هرگاه در مکان k ام باشد.)

۱) ۱

۲) ۵

۳) ۵/۵

۴) ۹

۸۷- فرض کنید T درختی با حداقل ۴ راس باشد. گراف G با اضافه کردن ۳ یال به درخت T تولید شده است. در این صورت همه گزینه‌ها دربارهٔ G صحیح‌اند، به غیر از:

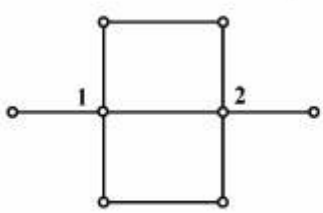
۱) در گراف G حداکثر ۶ دور وجود دارد.

۲) حالتی وجود دارد که گراف G غیرمسطّح باشد.

۳) بین هر دوراس G حداکثر ۴ مسیر وجود دارد.

۴) طول بلندترین مسیر در گراف G و درخت T الزاماً برابر نیست.

۸۸- فرض کنید A ماتریس مجاورت گراف زیر باشد. مقدار درایهٔ (۱،۲) در ماتریس A^3 چند است؟



۱) ۹

۲) ۷

۳) ۵

۴) ۲

۸۹- دنبالهٔ از دوسو نامتناهی $\{x_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ به ازای هر عدد صحیح n در رابطهٔ $x_n = \frac{5}{2}x_{n-1} - x_{n-2}$ صدق می‌کند، به‌علاوه داریم $x_0 = 1 , x_1 = \frac{3}{2}$. اگر $a = \lceil x_{100} \rceil , b = \lfloor x_{-50} \rfloor$، آن‌گاه کدام رابطه برقرار است؟ (منظور از نمادهای $\lceil y \rceil$ و $\lfloor y \rfloor$ به ترتیب، کوچکترین عدد صحیح ناکوچکتر از y و بزرگترین عدد صحیح نابزرگتر از y است).

۱) $a = 2^b$

۲) $a = 2b$

۳) $b = -\sqrt{a}$

۴) $\frac{a}{b} = -\frac{1}{2}$

۹۰- تابع مولد دنبالهٔ $\{a_k\}_{k\geq 0}$ که با ضابطهٔ $a_k = (k+1)^2$ تعریف شده است، کدام گزینه است؟

۱) $\frac{1-2x}{(1+x)^3}$

۲) $\frac{1+x}{(1-x)^3}$

۳) $\frac{1-x-x^2}{(1-x)^2}$

۴) $\frac{1+x-3x^2}{(1-x)^3}$

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها:

۹۱- تعداد درخت‌های پوشا (spanning) برای گراف زیر، چند تا است؟



۱) ۴۸

۲) ۲۵۶

۳) ۵۱۲

۴) ۷۶۸

۹۲- فرض کنید آرایهٔ A دارای n عدد صحیح است، که بعضی از آنها ممکن است دوبار در آرایه ظاهر شده باشند. بهترین الگوریتم برای تعیین اینکه آرایهٔ A دارای عناصر منحصر به فرد است، دارای چه پیچیدگی زمانی است؟

۱) $O(n)$

۲) $O(\log n)$

۳) $O(n \log n)$

۴) $O(n^2)$

@RayanAzmoon

۹۳- زمان و حافظه مصرفی الگوریتم فلوید - مارشال برای یافتن تمام کوتاه‌ترین مسیرها (All shortest path) در یک گراف با n گره کدام است؟

۱) زمان $O(n^3)$ و حافظه $O(n^2)$

۲) زمان $O(n^2)$ و حافظه $O(n^2)$

۳) زمان $O(n^3)$ و حافظه $O(n^3)$

۴) زمان $O(n^2)$ و حافظه $O(n^3)$

۹۴- با داشتن هر یک از پیمایش پسوندی (Postorder)، میانوندی (Inorder) و پیشوندی (Preorder) به تنهایی، کدام گزینه تعداد درخت‌های دودویی را که می‌توان ساخت، نشان می‌دهد؟

۱) $T(n)=\frac{1}{n}\binom{2n}{n}$

۲) $T(n)=\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$

۳) $T(n)=\frac{1}{n}\binom{2n-2}{n-1}$

۴) $T(n)=\frac{1}{n+1}\binom{2n-2}{n-1}$

۹۵- عدد مثبت و صحیح n را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگترین عدد مثبت و صحیح x را پیدا کنیم به طوری که $x^2 \le n$ باشد. بهترین الگوریتم برای یافتن x دارای چه هزینهٔ زمانی خواهد بود؟

۱) $O(n)$ ۲) $O(\sqrt{n})$

۳) $O(\log n)$ ۴) $O(n \log n)$

۹۶- فرض کنید a و b اشاره‌گر به گرهٔ وسط، به ترتیب در لیست‌های L_1 و L_2 هستند. با فرض اینکه L_1 و L_2 لیست‌های پیوندی یکطرفه دایره‌ای هستند. فراخوانی change(a,b) چه تغییراتی بر روی این لیست‌ها پدید می‌آورد؟

```
void  change (link  *a , link  *b){
 ink   *temp = a-> next;
 a -> next = b->next;
 b ->next = temp;
}
```

۱) دو لیست از تعویض نیمه دوم لیست‌ها با یکدیگر به دست می‌آید.

۲) یک لیست پیوندی دایره‌ای از اتصال لیست‌ها به دست می‌آید.

۳) در عمل باعث می‌شود لیست‌های L_1, L_2 با یکدیگر جابجا شوند.

۴) چهار لیست پیوندی دایره‌ای جدید به وجود می‌آیند، که هر یک شامل نیمه‌ای از لیست‌های اولیه است.

۹۷- اگر الگوریتم جستجوی دودویی را برای جستجوی عناصر آرایه $A[۱..۹]=[-۱,۲,۱۰,۲۰,۲۵,۲۹,۳۵,۴۰,۵۰]$ به کار ببریم، میانگین تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی موفق و ناموفق، به طور تقریبی چقدر است؟

۱) موفق ۲/۸، ناموفق ۳/۸

۲) موفق ۲/۸، ناموفق ۲/۸

۳) موفق ۲/۸، ناموفق ۳/۴

۴) موفق ۳/۴، ناموفق ۳/۴

۹۸- در رابطه با درختان پر (**full**) و کامل (**complete**)، کدام عبارت صحیح است؟

۱) هر درخت باینری یا پر است یا کامل

۲) هیچ درخت باینری پر و کامل نیست.

۳) هر درخت باینری کامل، درخت باینری پر نیز است.

۴) هر درخت باینری پر، درخت باینری کامل نیز است.

۹۹- مرتبه زمانی الگوریتم زیر کدام است؟

```
f(n)
{
  if(n == ۰)
       return(۱);
x = ۰;
for(i = ۰; i < n; i++)
  x = x + f(n - ۱)
  return(x);
}
```

۱) $O(n!)$ ۲) $O(۲^n)$

۳) $O(n^۲)$ ۴) $O(n^۲ \log n)$

۱۰۰- کدام یک از موارد زیر درست است؟

۱) $n \in \Omega((\log n)^{\log n})$

۲) $n \in O((\log n)^{\log n})$

۳) $\log n! \in O(n)$

۴) $n \in \Omega((\log n)!)$

۱۰۱- در یک گراف همبند وزن‌دار G با n رأس و m یال که وزن تمام یال‌ها مجزا است، می‌خواهیم الگوریتمی طراحی کنیم که برای یال داده شده e مشخص کند که آیا e جزء درخت پوشای مینیمم (**minimum spanning tree**) است یا نه. مرتبه زمانی الگوریتم چیست؟

۱) $O(m \log n)$

۲) $O(m \log m)$

۳) $O(۲^n)$

۴) $O(n+m)$

۱۰۲- فرض کنید می‌خواهیم چهار ماتریس زیر را در یکدیگر ضرب کنیم، به‌طوری که تعداد ضرب‌ها حداقل شود.

$A1_{5\times2}$ و $A2_{2\times3}$ و $A3_{3\times4}$ و $A4_{4\times6}$

برای انجام این کار از برنامه‌نویسی پویا (Dynamic Programmig) استفاده می‌کنیم. ماتریس M در زیر نشان دهنده نتایج میانی ضرب این ماتریس‌ها می‌باشد. مقدار درایه $M[1][4]$ چه خواهد بود؟

M =	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۳۰	۶۴	□
۲		۰	۲۴	۷۲
۳			۰	۷۲
۴				۰

۱) $M[1][4]=72$
۲) $M[1][4]=24$
۳) $M[1][4]=132$
۴) $M[1][4]=64$

۱۰۳- در چه صورت می‌توان زمان الگوریتم quick Sort را در بدترین حالت $O(n\log n)$ کرد؟

۱) در هر گام از الگوریتم، Pivot با میانه زیر لیست آن گام مقدار بگیرد.
۲) در هر گام از الگوریتم، Pivot به صورت تصادفی انتخاب شود.
۳) در هر گام از الگوریتم، Pivot با عضو مینیمم زیر لیست آن گام مقدار بگیرد.
۴) احتیاج به عمل خاصی نیست و بدترین زمان این الگوریتم $O(n\log n)$ است.

۱۰۴- کدام گزاره (گزاره‌ها) در مورد درخت AVL صحیح است؟

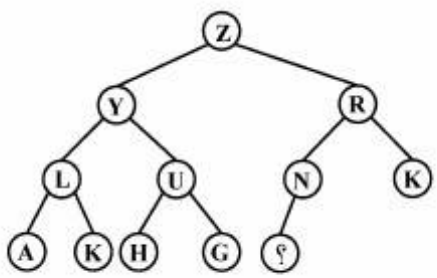
گزاره ۱: اگر F_n، nامین عدد فیبونانچی $(F_0=0\ ,\ F_1=1\ ,\ F_n=F_{n-1}+F_{n-2})$ باشد، کمینه تعداد گره‌های یک درخت AVL با ارتفاع h برابر خواهد بود با $F_{h+3}-1$.

گزاره ۲: یک درخت AVL با ارتفاع ۴، حداقل ۱۲ گره دارد.

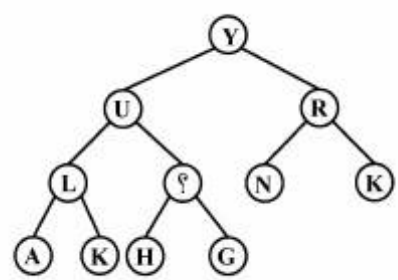
گزاره ۳: تعداد درخت‌های ممکن AVL با کلیدهای ۱، ۲ و ۳ برابر یک درخت می‌باشد.

۱) فقط گزاره ۱
۲) فقط گزاره ۱ و ۲
۳) هیچکدام از گزاره‌ها صحیح نیستند.
۴) هر سه گزاره صحیح هستند.

۱۰۵- عمل حذف ماکزیمم روی درخت هیپ (heap) (الف) انجام شده و درخت (ب) تولید شده است. دادهٔ گره‌ای که با (؟) مشخص شده چه می‌تواند باشد؟



(الف)



(ب)

۱) یکی از I, J, K, L, M
۲) یکی از H, I, J, K, L, M, N
۳) I
۴) M

در سوال‌های ۱۰۶ الی ۱۲۰ (λ) نشان دهنده کلمه پوچ به طول صفر است.

مبانی نظریه محاسبه:

۱۰۶- در مورد زبان‌های قابل تعریف بر روی الفباهای ناتهی A و B با حداقل دو حرف که $A \subset B$، کدام گزینه درست است؟

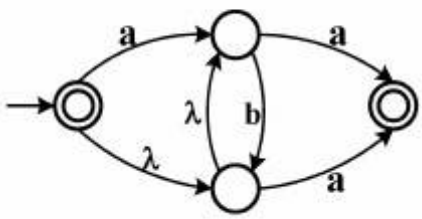
۱) بین مجموعه‌های A^* و B^* تناظر یک به یکی وجود ندارد.

۲) برای هر زبان $L_1 \subseteq A^*$ و هر زبان $L_2 \subseteq B^*$، داریم $L_1 \subseteq L_2$.

۳) برای هر زبان $L_1 \subseteq B^*$ یک زبان $L_2 \subseteq A^*$ وجود دارد، که تعداد اعضای L_1 و L_2 برابر باشند.

۴) هر زبان $L_1 \subseteq B^*$ را می‌توان به‌صورت اجتماع دو زبان از A^* و $(B-A)^*$ نوشت.

۱۰۷- زبان اتوماتون زیر با کدام عبارت منظم، توصیف می‌شود؟



۱) $\lambda + ab^*a$

۲) $ab^*a + b^*a$

۳) $a + ab^*a$

۴) $\lambda + (a+\lambda)b^*a$

۱۰۸- یک زبان منظم توسط یک اتوماتون متناهی قطعی D با n حالت و یک اتوماتون متناهی غیرقطعی C با m حالت پذیرفته می‌شود. کدام گزینه درست است؟

۱) همواره $n > m$ است.

۲) اگر D و C هیچ‌کدام دارای گذار λ نباشند آنگاه $n = m$.

۳) همواره یک اتوماتون متناهی غیرقطعی با کمتر از n حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.

۴) همواره یک اتوماتون متناهی قطعی با 2^m حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.

۱۰۹- حداقل تعداد حالات اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش زبان مربوط به عبارت منظم زیر، چقدر است؟

$$aabba + baba + (a+b)ab^+a$$

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۱۵

۱۱۰- از اتوماتون متناهی قطعی M بر روی الفبای Σ، یک اتوماتون متناهی غیرقطعی M' به این ترتیب ساخته شده است که مجموعه حالات M' شامل مجموعهٔ حالات M و یک حالت شروع جدید است، و گذارهای M' شامل گذارهای M و گذار λ از حالت شروع جدید به تمام حالات M است. در مورد زبان $L(M')$ کدام گزینه درست است؟

۱) $L(M') = \Sigma^*$

۲) $L(M') = L(M)$

۳) $L(M') = \{x \mid x \in \text{suffix}(w) \text{for some } w \in L(M)\}$

۴) $L(M')$ را نمی‌توان به‌طور دقیق مشخص کرد.

۱۱۱- **آیا می‌توان یک اتوماتون متناهی غیرقطعی که بدون گذار λ است و دارای چند حالت پذیرش است به یک اتوماتون متناهی غیرقطعی بدون گذار λ با یک حالت پذیرش تبدیل کرد؟**

۱) خیر، فقط می‌توان یک اتوماتون متناهی غیرقطعی دارای گذار λ و با یک حالت پذیرش ساخت.

۲) بله، همیشه می‌توان این عمل را انجام داد.

۳) در صورتی می‌توان این کار را انجام داد که اتوماتون متناهی غیرقطعی اولیه کلمه λ را نپذیرد.

۴) در صورتی می‌توان این کار را انجام داد که روی حالت‌های پذیرش Loop وجود نداشته باشد.

۱۱۲- **فرض کنید زبان گرامر $G(\{a,b\},V,S,P)$ برابر با تمام رشته‌هایی از $\{a,b\}^*$ باشد که تعداد حروف a و b آن‌ها برابر است. گرامر $G'=(\{a,b\},V\cup\{S',A\},P\cup P')$ برای زبان تمام رشته‌هایی که تعداد حروف a از b بیشتر باشد را درنظر بگیرید که $A\notin V$. کدام گزینه در مورد قواعد P' صحیح است؟**

۱) $P'=\{S'\to AS'A\mid SS'\mid\lambda, A\to aA\mid a\}$

۲) $P'=\{S'\to SAS\mid SS'\mid\lambda, A\to aA\mid a\}$

۳) $P'=\{S'\to ASS'\mid SS'A\mid\lambda, A\to aA\mid a\}$

۴) $P'=\{S'\to SAS'\mid\lambda, A\to aA\mid a\}$

۱۱۳- **در گرامر $G(\Sigma,V,S,P)$ تمام قواعد آن به‌صورت $A\to a\alpha$ است، که $A\in V, a\in\Sigma$ و $\alpha\in\{\Sigma\cup V\}^*$، کدام گزینه صحیح است؟**

۱) زبان‌های این نوع گرامرها زیر مجموعه اکیدی از زبان‌های مستقل از متن هستند.

۲) اگر $|\alpha|>1$ آنگاه زبان گرامر G منظم نیست.

۳) زبان $L=\{wa\mid w\in\Sigma^*, a\in\Sigma\}$ دارای گرامری به شکل G نیست.

۴) اگر $|\alpha|\le 2$ و α شامل حداکثر یک متغیر باشد، آنگاه زبان G منظم است.

۱۱۴- **کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته‌ای صحیح است؟**

۱) برای هر اتوماتون پشته‌ای قطعی یک اتوماتون متناهی غیر قطعی معادل وجود دارد.

۲) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از یک مقدار ثابت کوچکتر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.

۳) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچکتر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.

۴) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچکتر باشد، یک اتوماتون متناهی غیر قطعی معادل وجود دارد.

۱۱۵- **کدام گزینه گرامر زیر را برای تولید زبان $L=\{ww\mid w\in\{a,b\}^*\}$، کامل می‌کند؟**

$S\to AS\mid BS\mid C$

$C\to\lambda$

$BC\to CB'b$

$AC\to CA'a$

$bB'\to B'b$

$bA'\to A'b$

$aB'\to B'a$

$aA'\to A'a$

۱) $A'\to a\cdot CA'\to Ca$

۲) $CB'\to Cb\cdot CA'\to Ca$

۳) $A'\to a\cdot B'\to b$

۴) $CB'\to bC\cdot CA'\to aC$

۱۱۶- کدام گزینه در مورد درخت محاسبه یک ماشین تورینگ غیرقطعی داده شده بر روی یک ورودی دلخواه، همواره صحیح است؟

۱) این درخت را می‌توان با یک ماشین تورینگ قطعی با جست‌وجوی عمق اول (DFS) تولید کرد.

۲) این درخت را می‌توان با یک ماشین تورینگ قطعی با جست‌وجوی سطح اول (BFS) تولید کرد.

۳) فقط ماشین تورینگ جهانی (Universal) می‌تواند این درخت را به صورت جست‌وجوی عمق اول (DFS) تولید کند.

۴) فقط ماشین تورینگ جهانی می‌تواند این درخت را به صورت جست‌وجوی سطح اول (BFS) تولید کند.

۱۱۷- فرض کنید $T(M,w)$ زمان اجرای پردازش ماشین M بر روی ورودی w است که برابر با تعداد گذرهای M در محاسبهٔ w تعریف می‌شود. کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر M یک ماشین تورینگ باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناهی است.

۲) اگر M یک اتوماتون متناهی قطعی باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناسب با $|w|$ است.

۳) اگر M یک اتوماتون خطی محدود (LBA) باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناسب با $|w|$ است.

۴) اگر M یک اتوماتون پشته‌ای قطعی باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناسب با بیشترین اندازه پشته هنگام پردازش w است.

۱۱۸- برای ماشین تورینگ T که فقط در دو حالت q_a و q_r متوقف می‌شود، زبان L_1 و L_2 به ترتیب شامل کلماتی هستند که برای آن ورودی‌ها T به ترتیب در حالت‌های q_a و q_r متوقف می‌شود. در چه صورتی L_2 با مکمل L_1 برابر است؟

۱) اگر L_1 تصمیم‌پذیر باشد.

۲) اگر L_1 منظم باشد.

۳) همواره L_2 با مکمل L_1 برابر است.

۴) اگر T به ازای هر ورودی متوقف شود.

۱۱۹- اگر $\overline{L}$ مکمل زبان L باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر زبان L توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، که مقدار حافظه مصرفی آن برای هر ورودی از مجذور طول ورودی کوچک‌تر است، آنگاه L تصمیم‌پذیر (decidable) است.

۲) اگر زبان L توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، که مقدار حافظه مصرفی آن برای هر ورودی از مجذور طول ورودی بزرگ‌تر است، آنگاه L منظم نیست.

۳) اگر L شمارش پذیر بازگشتی نباشد، آنگاه لزوماً $\overline{L}$ شمارش پذیربازگشتی نیست.

۴) اگر L شمارش پذیر بازگشتی نباشد، آنگاه لزوماً $\overline{L}$ شمارش پذیربازگشتی است.

۱۲۰- اگر N یک مدل محاسباتی دلخواه و $\langle . \rangle$ نمایش کدینگ ماشین‌های از نوع N باشد، تعریف می‌کنیم:

$$L_N \stackrel{\Delta}{=} \{\langle M \rangle / \text{ماشینی از نوع } N \text{ است که هیچ کلمه‌ای به طول فرد را نمی‌پذیرد.}\}.$$

در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) برای هر مدل محاسباتی N، زبان L_N تصمیم‌پذیر است.

۲) اگر N مدل تورینگ قطعی باشد، آنگاه L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

۳) اگر N مدل PDA (اتوماتون پشته‌ای) باشد، آنگاه L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

۴) فقط وقتی N مدل FA (اتوماتون متناهی) باشد، L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

مبانی منطق و نظریه مجموعه‌ها:

۱۲۱- کدام‌یک از ادعاهای زیر درست است؟

۱) $\{\sim, \bot, \leftrightarrow\}$ و $\{\bot, \rightarrow\}$ کامل‌اند.

۲) $\{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ و $\{\sim, \rightarrow\}$ کامل‌اند.

۳) $\{\wedge, \rightarrow\}$ و $\{\wedge, \vee, \sim\}$ کامل‌اند.

۴) $\{\wedge, \vee, \bot\}$ و $\{\wedge, \not\leftarrow\}$ ناکامل‌اند. ($\not\leftarrow$ یای مانع از جمع می‌باشد.)

۱۲۲- چند جمله، دوبه‌دو ناهم‌ارز σ با گزاره‌های اتمی p, q, r می‌توان ساخت، بطوری‌که $\sigma \not\models p \wedge q$ ؟

۱) 3^6

۲) $3^8 - 2^3$

۳) $3^8 - 2^4$

۴) $3^8 - 3^6$

۱۲۳- همه گزاره‌های زیر نتیجهٔ منطقی مجموعه $\{p \rightarrow q\ ,\ (\sim p) \rightarrow r\}$ هستند، به غیر از:

۱) $q \vee r$

۲) $q \vee \neg p$

۳) $q \vee (p \wedge r)$

۴) $(r \rightarrow p) \rightarrow q$

۱۲۴- چه تعداد از فرمول‌های زیر منطقاً معتبر نیستند؟

$\exists x(R(x) \rightarrow \forall x R(x))$ **(I)**

$(\exists x R(x) \wedge \forall x S(x)) \rightarrow \exists x(R(x) \wedge S(x))$ **(II)**

$(\forall x R(x) \leftrightarrow \forall x\ S(x)) \leftrightarrow \exists x\,(R(x) \leftrightarrow S(x))$ **(III)**

$(\exists x R(x) \wedge \exists x S(x)) \rightarrow \exists x(R(x) \rightarrow S(x))$ **(IV)**

۱) یکی

۲) دوتا

۳) سه‌تا

۴) چهارتا

۱۲۵- تعداد رخدادهای آزاد متغیرها، در فرمول زیر چقدر است؟

$$\forall z[[\forall x(A(x) \rightarrow B(x,y)) \rightarrow B(x,y)] \rightarrow \exists y C(x,z)]$$

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۴

۱۲۶- زبان مرتبهٔ اول $L =< f , g , h , c , d >$، L-ساختار $R =< \mathbb{R} , + , . , - , ۰ , ۱ >$ و ارزش‌گذاری $V(x_i) = ۲i$ را در نظر بگیرید. اگر $t = f(g(x_۳ , h(x_۲ , x_۵)) , h(c , d))$ آن‌گاه $v(t)$ برابر است با :

۱) ۳۵-

۲) ۳۷-

۳) ۳۵

۴) ۳۷

۱۲۷- درخصوص ساختار حسابی $(\mathbb{N} , + , . , S , ۰)$ کدام مورد درست است؟

۱) مجموعهٔ ترم‌ها، متناهی است.

۲) مجموعهٔ ترم‌ها، ناشمارا است.

۳) حداکثر یک ترم وجود دارد که تعبیر آن ۵ است.

۴) برای هر عدد طبیعی n، ترمی وجود دارد که تعبیر آن n است.

۱۲۸- در دستگاه استنتاج طبیعی، کدام مورد می‌تواند غلط باشد؟

۱) اگر $\varphi \vdash \theta$ و $\psi \vdash \theta$ آن‌گاه $\varphi \vee \psi \vdash \theta$

۲) اگر $\Gamma \vdash \forall x \varphi(x)$ آن‌گاه $\Gamma \vdash \varphi(x)$

۳) اگر $\Gamma \vdash \forall x \varphi(x)$ آن‌گاه $\Gamma \vdash \varphi(c)$، c نمادی ثابت

۴) اگر $\varphi \vdash \bot$ و Γ و $\psi \vdash \bot$ و Γ آن‌گاه $\varphi \vee \psi \vdash \bot$ و Γ

۱۲۹- اگر T یک نظریهٔ مرتبهٔ اول سازگار باشد، به گونه‌ای که هردو مدل آن هم ارز مقدماتی باشند، آن‌گاه:

۱) مجموعهٔ قضایای T، تصمیم‌پذیر است.

۲) هر مدل T، متناهی است.

۳) مجموعهٔ مدل‌های T ، متناهی است.

۴) T تمام است.

۱۳۰- با در نظر گرفتن تعریف نظریه مجموعه‌ای اعداد طبیعی، چه تعداد از موارد زیر غلط است؟

I) $۶ \in ۸$

II) $۶ \subseteq ۸$

III) $۶ \notin ۶$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

@RayanAzmoon

۱۳۱- در مورد مجموعهٔ $\{p_1, (p_1 \to p_2), p_2 \to (p_3 \wedge p_4), p_3 \to (p_4 \wedge p_5 \wedge p_6), \ldots\}$ چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(I) سازگار است.

(II) مستقل است

(III) تمام است.

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۲- فرض کنید x فرمول گزاره‌ای $((p_1 \leftrightarrow p_2) \leftrightarrow p_3) \leftrightarrow p_4$ باشد. چه تعداد از ارزش‌گذاری‌های زیر x را ارضاء نمی‌کنند؟

(I) $v_1(p_i) = T \Leftrightarrow i$ زوج

(II) $v_2(p_i) = T$ ، به ازای هر i

(III) $v_3(p_i) = F \Leftrightarrow i > 1$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۳۳- مجموعهٔ $\Sigma = \{p, p \vee q, p \wedge q, p \to q\}$ از گزاره‌ها را در نظر بگیرید. چند زیر مجموعهٔ مستقل از Σ وجود دارد، که با Σ هم ارز منطقی است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۳۴- جمع اردینالی $\ldots + ۳ + ۲ + ۱$، کدام است؟

۱) ω

۲) $\omega + ۱$

۳) $۱ + \omega$

۴) موجود نیست.

۱۳۵- اصل زیر از نظریهٔ مرتبهٔ اول مجموعه‌ها، تضمین‌کنندهٔ کدام خاصیت مجموعه‌ها است؟

$$\exists x (\phi \in x \wedge \forall y (y \in x \to y \cup \{y\} \in x))$$

۱) وجود اجتماع هردو مجموعه

۲) وجود مجموعه‌ای نامتناهی

۳) وجود مجموعه‌ای شامل همهٔ مجموعه‌ها

۴) عدم وجود مجموعه‌ای شامل همهٔ مجموعه‌ها

توجه: سؤالات ۱۳۶ الی ۲۴۰ مختص داوطلبان علوم تصمیم و مهندسی دانش می‌باشد.

دروس پایه ۲ (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامپیوتر، ریاضیات گسسته):

ریاضیات عمومی:

۱۳۶- اگر $z \neq 1$ یکی از ریشه‌های پنجم عدد یک باشد، آن‌گاه مقدار $\frac{z}{1+z^2}+\frac{z^2}{1+z^4}+\frac{z^3}{1+z}+\frac{z^4}{1+z^3}$، کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۵

۱۳۷- مقدار $\lim_{x\to+\infty}(x-\ln\cosh x)$، کدام است؟

۱) $\frac{-\ln 2}{2}$

۲) $-\ln 2$

۳) $\frac{\ln 2}{2}$

۴) $\ln 2$

۱۳۸- اگر $n=1,2,3,...$; $a_n=\sqrt[n]{(1+\frac{1}{n})(1+\frac{2}{n})\cdots(1+\frac{n}{n})}$، مقدار $\lim_{n\to\infty} a_n$ کدام است؟

۱) $+\infty$

۲) $4e^2$

۳) ۱

۴) $\frac{4}{e}$

۱۳۹- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۱

۳) $\frac{\pi}{2}$

۴) سری واگراست.

۱۴۰- بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n})n} x^n$ ، کدام است؟

۱) $[-\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$

۲) $(-\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$

۳) $[-1, 1)$

۴) $(-1, 1)$

۱۴۱- چند تابع f بر بازهٔ $[0,1]$ وجود دارد که $f(0) = f(1) = 0$ ، و به ازای یک تابع پیوسته g ، تساوی $f'' + f'g = f$ بر $[0,1]$، برقرار باشد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) هیچ تابع f وجود ندارد.

۴) بی‌نهایت تابع وجود دارد.

۱۴۲- مقدار $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sqrt{1+\cos x}}{(1-\cos x)^{7/2}} dx$ ، کدام است؟

۱) $\frac{7}{5}$

۲) $\frac{7}{2}$

۳) $\frac{7}{3}$

۴) ۱

۱۴۳- طول مارپیچ $r = e^{-\theta} (0 \le \theta < \infty)$ در دستگاه مختصات قطبی، کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{2}$

۳) $\sqrt{3}$

۴) ۲

۱۴۴- بردار مکان یک ذرهٔ متحرک در لحظهٔ t برابر است با $\vec{r}(t) = 3\cos(2t)\vec{i} + 4\vec{j} + 3\sin(2t)\vec{k}$.
انحنای مسیر کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}$

۲) $\frac{1}{5}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) ۳

۱۴۵- حجم حاصل از دوران ناحیهٔ بین منحنی $y = x^2$ و خط $y = 1$ حول خط $y = 2$ کدام است؟

۱) $\frac{56\pi}{15}$

۲) $\frac{65\pi}{15}$

۳) $\frac{68\pi}{15}$

۴) $\frac{86\pi}{15}$

۱۴۶- مشتق جهتی تابع $f(x,y,z) = \ln(2x+y+3z+1)$ در نقطه $(0,1,2)$، در جهتی که با جهت مثبت سه محور مختصات زوایای حادهٔ مساوی می‌سازد، کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\sqrt{3}$

۴) $4\sqrt{3}$

۱۴۷- حجم جسمی صلب که از بالا به کرهٔ $x^2+y^2+z^2 = 4$ و از پایین به مخروط $z = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$ محصور است، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{6}$

۲) $\frac{4\pi}{3}$

۳) $\frac{5\pi}{6}$

۴) $\frac{8\pi}{3}$

۱۴۸- مقدار انتگرال $\iiint_R \sin(\pi y^3)\,dv$، که در آن R هرم به رئوس $(0,0,0)$، $(0,1,0)$، $(1,1,0)$، $(1,1,1)$ و $(0,1,1)$ است، کدام است؟

۱) $\frac{2}{3\pi}$

۲) $\frac{4}{3\pi}$

۳) $\frac{3}{4\pi}$

۴) $\frac{3}{2\pi}$

۱۴۹- فرض‌کنیم D گوی $x^۲+y^۲+z^۲ \le ۴$ باشد، و $\vec{F}(x,y,z)=۴x\vec{i}+۴y\vec{j}+۴z\vec{k}$. مقدار $\iiint_D divF(x,y,z)dv$ کدام است؟

۱) ۳۲π

۲) ۶۴π

۳) ۱۲۸π

۴) ۲۵۶π

مبانی آنالیز عددی:

۱۵۰- در حل یک دستگاه معادلات خطی $Ax=b$، فرض کنید عدد حالت A تقریباً برابر است با $۱۰^{t-۱}$. اگر روند عدد یک در کامپیوتر تقریباً برابر با $۱۰^{۱-p}$ باشد (با p تعداد رقم‌های دهدهی قابل نمایش در مانتیس برای نمایش اعداد حقیقی)، آن‌گاه تعداد رقم‌های قابل اعتماد در جواب محاسبه شده از دستگاه، چقدر است؟

۱) $p-t$

۲) $t-p$

۳) $p-t+۱$

۴) $t-p-۱$

۱۵۱- فرض کنید $T=\sqrt{x^۲+\frac{۱}{x}}-\sqrt{x^۲-\frac{۱}{x}}$ ، u را روند عدد یک در کامپیوتر بگیرید. یک فرمول جایگزین مناسب برای محاسبه T، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{x^۲}$ است اگر $x>\sqrt[۳]{\frac{۱}{u}}$

۲) $\frac{۲}{x}$ است اگر $x>\sqrt{\frac{۱}{u}}$

۳) $\frac{۱}{x^۳}$ است اگر $x>\frac{۱}{u^۲}$

۴) $\frac{۱}{x}$ است اگر $x>\frac{۱}{u}$

۱۵۲- فرض کنید تابع f در یک همسایگی از α که $f(\alpha)=۰$، مشتق‌پذیر پیوسته است. شرط لازم برای این‌که دنبالهٔ $\{x_k\}$ حاصل از طرح تکراری $x_{k+۱}=x_k-f(x_k)$ در یک همسایگی از α به α همگرا باشد، کدام است؟

۱) $۰<f'(\alpha)<۲$

۲) $|f'(x)|<۱$

۳) $۱<f'(\alpha)<۳$

۴) $-۱<f'(\alpha)<۳$

۱۵۳- تقریب تابع $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}$ در بازهٔ $[1,2]$ با قطعه‌های درون‌یاب خطی مدنظر است. این بازه، به دست کم چند قطعه برابر تقسیم شود، تا کران بالای خطای درون‌یابی برای $f(x)$ در سرتاسر بازه، بیش از $3/4\times10^{-3}$ نباشد؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۷

۱۵۴- ضرایب A و B و نقطهٔ x_1 کدام باشند تا قاعدهٔ انتگرال‌گیری زیر برای چند جمله‌ای‌های تا درجهٔ ۲ دقیق باشد؟

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \simeq Af(-1)+Bf(x_1).$$

۱) $A=\frac{1}{3}\ ,\ B=\frac{2}{3}\ ,\ x_1=\frac{1}{2}$

۲) $A=\frac{1}{2}\ ,\ B=\frac{3}{2}\ ,\ x_1=\frac{1}{3}$

۳) $A=B=\frac{1}{2}\ ,\ x_1=\frac{2}{3}$

۴) $A=\frac{3}{2}\ ,\ B=\frac{1}{2}\ ,\ x_1=\frac{1}{3}$

۱۵۵- فرض کنید تابع f دارای مشتق مرتبهٔ چهارم پیوسته روی بازهٔ $[a,b]$ است، و $T(m)$ نشان‌دهندهٔ تقریب قاعدهٔ ذوزنقه‌ای مرکب $\int_a^b f(x)dx$ با استفاده از m زیر بازه باشد. در این‌صورت $\lim_{m\to+\infty}\frac{T(m)-T(2m)}{T(2m)-T(4m)}$ ، برابر است با ...

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

۱۵۶- فرض کنید $f(x)=x^{n+2}+x^{n+1}$. در این‌صورت، مقدار کسر تفاضلی $f[x_1,\dots,x_{n+1},x]$ ...

۱) تنها به x وابسته است.

۲) تنها به n وابسته است.

۳) برابر است با ۱.

۴) به n و x هردو وابسته است.

مبانی احتمال:

۱۵۷- فرض کنید میانگین نمونه‌ای سه جامعه مجزا به صورت زیر باشد؛

جامعه	۱	۲	۳
تعداد	۱۰	۲۰	۳۰
$\overline{x}_i$	۱۲	۶	۱۰

میانگین نمونه‌ای کل این سه جامعه، کدام است؟

۱) ۹

۲) $\frac{۲۸}{۳}$

۳) ۱۰

۴) $\frac{۲۹}{۳}$

۱۵۸- تعداد ۸ تخته سیاه را بین ۳ مدرسه تقسیم می‌کنیم. احتمال اینکه به هر مدرسه حداقل یک تخته سیاه برسد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۴}{۳۱}$

۲) $\frac{۱}{۷}$

۳) $\frac{۲۱}{۳۲}$

۴) $\frac{۷}{۱۵}$

۱۵۹- برای دو پیشامد E و F داریم $P(E)=\frac{۱}{۳}$، $P(F)=\frac{۱}{۴}$ و $P(E^c \cap F^c)=\frac{۱}{۲}$. که در آن E^c و F^c متمم‌های E و F هستند. کدام گزینه صحیح است؟

۱) E و F مستقل‌اند.

۲) E و F مجزا هستند.

۳) $F \subset E$ است.

۴) $E-F=\phi$ است.

۱۶۰- نرخ ابتلاء به بیماری ریه در بین مردان سیگاری دو برابر مردان غیرسیگاری است. همچنین نسبت مردان غیرسیگاری دو برابر مردان سیگاری است. احتمال اینکه یک مرد مبتلا به بیماری ریه، سیگاری باشد، کدام است؟

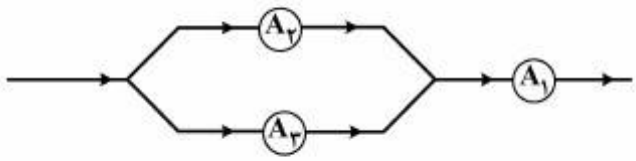
۱) $\frac{۱}{۵}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۶۱- سه خازن A_1، A_2 و A_3 با احتمالات کارکرد به ترتیب ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۳ مستقل از هم در سیستمی به صورت زیر نصب شده‌اند. احتمال کارکرد سیستم چقدر است؟



۱) ۰/۳
۲) ۰/۱۹۵
۳) ۰/۲۵۵
۴) ۰/۲۹۵

۱۶۲- احتمال طول عمر تا ۸۰ سالگی برابر با ۰/۶ است. همچنین احتمال طول عمر تا ۹۰ سالگی برابر با ۰/۵ است. احتمال اینکه فردی تا ۹۰ سالگی عمر کند به شرطی که ۸۰ سال سن دارد، تقریباً برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۵}{۶}$
۳) $\frac{۵}{۱۱}$
۴) $\frac{۶}{۱۱}$

۱۶۳- کیسه‌ای شامل ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است، ۳ مهره به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم، احتمال این که حداقل یک مهره سفید انتخاب شده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۹}$
۲) $\frac{۴}{۹}$
۳) $\frac{۵}{۲۱}$
۴) $\frac{۱۶}{۲۱}$

۱۶۴- چهار توپ با شماره‌های ۱ تا ۴ تصادفی پشت سرهم قرار می‌گیرند، چقدر احتمال دارد، توپ‌هایی با شماره‌ی زوج کنارهم باشند؟

۱) ۰/۱۲۵
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۵
۴) ۰/۷۵

@RayanAzmoon

مبانی کامپیوتر:

۱۶۵- الگوریتم زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
int i = 0;
do {
    i = i + 1;
    n = n / 2;
}while(n > 0);
print(i)
```

۱) تعداد یک‌ها در نمایش باینری n را چاپ می‌کند.
۲) تعداد صفرها در نمایش باینری n را چاپ می‌کند.
۳) تعداد رقم‌های n را چاپ می‌کند.
۴) تعداد بیت‌های نمایش باینری n را چاپ می‌کند.

۱۶۶- کدام گزینه، در مورد پیچیدگی زمانی قطعه کد زیر درست است؟

```
for i = 1 to 10 do
   for j = 1 to N do
      for k = N - 2 to N + 2 do
          print(i, j, k);
```

۱) $O(N)$
۲) $O(N^2)$
۳) $O(N^3)$
۴) $O(N \log N)$

۱۶۷- با فراخوانی تابع زیر به صورت **f(n)**، تعداد دفعاتی که نویسه '*' چاپ خواهد شد، چقدر خواهد بود؟ (**n** را توانی از **2** فرض کنید.)

```
Void f(int i){
    if(i > 1){
      f(i / 2);
      f(i / 2);
    }
    print("*");
}
```

۱) $\log_2 n$
۲) $2\log_2 n - 1$
۳) $2n - 1$
۴) n

۱۶۸- دو تابع بازگشتی غیرمستقیم A و B بر روی اعداد طبیعی تعریف شده‌اند. مقدارهای A(380) و B(2016) چقدر هستند؟

```
int B (int n)
 {
  if(n <= 2)
    return 1;
  else
     return(A(n-2)+2);
 }
```

```
int A (int n)
 {
  if(n == 1)
     return 1;
  else
     return(B(n+1)-1);
 }
```

۱) A(380) = 380, B(2016) = 2016

۲) A(380) = 381, B(2016) = 2017

۳) A(380) = 2016, B(2016) = 380

۴) A(380) = 2017, B(2016) = 381

۱۶۹- تابع زیر چه عملی را انجام می‌دهد؟

```
int Fn(char *S)
 {
   int i;
   for(i = 0;*S;i++,S++);
   return i;
 }
```

۱) تابع Fn، تعداد کاراکترهای '0' رشته را برمی‌گرداند.

۲) تابع Fn، طول رشته S را برمی‌گرداند.

۳) نمی‌توان داخل دستور for از S* استفاده نمود.

۴) این تابع دارای خطا می‌باشد، بنابراین اجرا نخواهد شد.

۱۷۰- به دو تعریف زیر توجه کنید:

ـ ارجاع سرگردان (**dangling reference**): اگر طول عمر یک متغیر خاتمه یابد، ولی مسیر دستیابی آن موجود باشد.

ـ حافظه مازاد (**garbage**): وقتی مسیر دستیابی به یک متغیر از بین برود، ولی خودش در حافظه موجود باشد.

مشخص کنید در قطعه کد زیر کدام‌یک از موارد فوق وجود دارد؟

```
int *p,*q,*r;
p = malloc(size of (int));
q = p;
free(p);
free(p);
r = malloc(size of (int));
r = p;
```

۱) ارجاع سرگردان

۲) ارجاع سرگردان و حافظه مازاد

۳) حافظه مازاد

۴) هیچ‌کدام رخ نمی‌دهد.

۱۷۱- برای برنامه زیر کدام‌یک از فراخوانی‌های اولیه، بیشترین فراخوانی بازگشتی را دارد؟

```
F(n)
{
  if(n < 0){
        printf("−");
          F(−n);
  }
  else
        if (n < 10)
              printf(n);
        else{
              F(n / 10);
        }     printf(n %10);
}
```

۱) F(−1)

۲) F(0)

۳) F(1024)

۴) F(−1024)

۱۷۲- اگر اپراتور / نشان‌دهندهٔ عمل تقسیم و اپراتور % نشاندهندهٔ عمل بدست آوردن باقیمانده باشد، خروجی قطعه برنامه زیر چیست؟

```
int a = −17;
int b = 3;
int c = a / b;
int d = a%b;
print("a / b = "c,"a%b = ",d);
```

۱) $a/b=-5\ ,\ a\%b=2$

۲) $a/b=5\ ,\ a\%b=2$

۳) $a/b=-5\ ,\ a\%b=-2$

۴) $a/b=5\ ,\ a\%b=-2$

ریاضیات گسسته:

۱۷۳- فرض کنید $p(n,r)$ تعداد جایگشت‌های rتایی از n شی (متمایز) باشد. مقدار n چقدر باشد تا $p(n,۳)=۳p(n,۲)$؟

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

۱۷۴- تعداد جایگشت‌های نمادهای ۱,۲,۳,۴,۵,۶ که در آن‌ها ۱ بلافاصله قبل از ۲ ظاهر شود، امّا ۳ بلافاصله پس از ۲ ظاهر نشود، برابر است با:

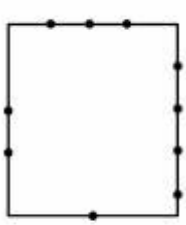
۱) ۲۴

۲) ۹۶

۳) ۳۸۴

۴) ۶۰۰

۱۷۵- از ده نقطه‌ای که روی اضلاع مربع (شکل زیر) مشخص شده‌اند، به چند طریق می‌توانیم ۳ نقطه انتخاب کنیم که تشکیل یک مثلث بدهند؟ (رئوس یک مثلث باشند)



۱) ۵۰

۲) ۷۲

۳) ۱۱۵

۴) ۱۶۵

۱۷۶- گراف دوبخشی G که راس‌های یک بخش آن $\{۱,...,۸\}$ و راس‌های بخش دیگر، زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از اعضای متوالی $\{۱,...,۸\}$ هستند، را در نظر بگیرید. اعداد ۱ و ۸ متوالی در نظر گرفته نمی‌شوند. هر یال یک راس را به مجموعه‌ای که عضو آن است، متصل می‌کند. کدام گزینه درباره این گراف درست است؟

۱) گراف دارای ۲۰ یال است.

۲) گراف $K_۴$ زیرگراف این گراف است.

۳) طول بلندترین مسیر در این گراف برابر با ۱۰ است.

۴) درجه همهٔ راس‌های گراف با هم برابر است.

۱۷۷- گراف G با راس‌های عضو مجموعهٔ $\{۰,۱\}^۵$ را در نظر بگیرید. دو راس در این گراف مجاورند اگر و تنها اگر دنباله‌های متناظر با راس‌های آنها فقط در یک جایگاه متفاوت باشند. کدام گزاره درباره این گراف نادرست است؟

۱) گراف G، دوبخشی است.

۲) درجه هر رأس G برابر با ۵ است.

۳) طول کوتاه‌ترین دور در G برابر با ۴ است.

۴) گراف G مسطح است.

۱۷۸- به ازای کدام مقدار n، دو معادله زیر در مجموعه اعداد صحیح مثبت، تعداد جواب‌های یکسانی دارند؟

$$x_۱ + x_۲ + ... + x_{۱۳} = n$$
$$y_۱ + y_۲ + ... + y_{۹۴} = n$$

۱) ۱۰۴

۲) ۱۰۵

۳) ۱۰۶

۴) ۱۰۷

۱۷۹- دنبالهٔ $(b_۰, b_۱, ..., b_{۴۰})$ با ضابطهٔ $b_k = \binom{۴۰}{k} \bmod ۴۱$ تعریف شده است. حاصل عبارت $\sum_{k=۰}^{۴۰} b_k$، کدام است؟

۱) ۴۸۱

۲) ۶۴۱

۳) ۶۸۱

۴) ۸۲۱

۱۸۰- چند شماره تلفن ۷ رقمی می‌توان نوشت به‌طوری‌که ارقام آن غیرتکراری و بر ۲، ۳ و ۵ بخشپذیر باشند؟

۱) $۳۰ \times ۶!$

۲) $۹ \times ۶!$

۳) $۱۲ \times ۶!$

۴) $۲۷ \times ۶!$

دروس تخصصی ۲ (ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، تحقیق در عملیات ۱):

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها:

۱۸۱- الگوریتم dfs (depth first search) را روی یک گراف جهت‌دار با شروع از رأس s اجرا کردیم. در یک لحظه از اجرا دو رأس x و y به صورت همزمان در استک قرار دارند. کدام یک از جملات زیر صحیح است؟

الف) یک مسیر جهت‌دار از s به x و از s به y وجود دارد.

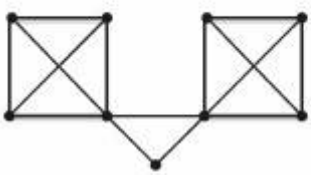
ب) اگر یک مسیر جهت‌دار از x به y وجود نداشته باشد، یک مسیر جهت‌دار از y به x وجود دارد.

ج) یک مسیر جهت‌دار از x به y و از y به x وجود دارد.

۱) فقط الف ۲) فقط ب

۳) الف و ب ۴) الف و ج

۱۸۲- تعداد درخت‌های پوشا (spanning) برای گراف زیر، چند تا است؟



۱) ۴۸

۲) ۲۵۶

۳) ۵۱۲

۴) ۷۶۸

۱۸۳- فرض کنید آرایهٔ A دارای n عدد صحیح است، که بعضی از آنها ممکن است دوبار در آرایه ظاهر شده باشند. بهترین الگوریتم برای تعیین اینکه آرایهٔ A دارای عناصر منحصر به فرد است، دارای چه پیچیدگی زمانی است؟

۱) $O(n)$

۲) $O(\log n)$

۳) $O(n \log n)$

۴) $O(n^2)$

۱۸۴- فرض کنید آرایه‌ای به طول n دارای عناصر مرتب شده به صورت صعودی به جز یک عنصر می‌باشد. آنگاه کدام یک از الگوریتم‌های مرتب‌سازی زیر می‌تواند داده‌های آرایه را در زمان $O(n)$، مرتب کند؟

۱) Counting Sort

۲) Insertion Sort

۳) Heap Sort

۴) Merge Sort

۱۸۵- زمان و حافظه مصرفی الگوریتم فلوید - مارشال برای یافتن تمام کوتاه‌ترین مسیرها (All shortest path) در یک گراف با n گره کدام است؟

۱) زمان $O(n^2)$ و حافظه $O(n^3)$

۲) زمان $O(n^2)$ و حافظه $O(n^2)$

۳) زمان $O(n^3)$ و حافظه $O(n^3)$

۴) زمان $O(n^3)$ و حافظه $O(n^2)$

@RayanAzmoon

۱۸۶- فرض کنید که قطعه چوبی به طول L داریم، که آن را باید از نقاط مشخصی که با اعداد ۱ تا n بر چسب‌گذاری شده است، بُرش دهیم (ابتدا و انتهای چوب را با ۰ و $n+1$ برچسب‌گذاری می‌کنیم). فرض کنید که d_i بیانگر طول قطعه چوب از ابتدای آن تا نقطهٔ iام باشد، و $0 = d_0 < d_1 < ... < d_n < d_{n+1} = L$. همچنین فرض کنید هزینهٔ بُرش قطعه چوبی به طول d از یک نقطه روی آن برابر d باشد. کدام یک از روابط زیر راه‌حلّ این مسئله را با روش برنامه‌نویسی پویا، نشان می‌دهد؟ ($C(i,j)$ هزینهٔ برش چوب از محلّ i تا j است.)

۱)
$$\begin{cases} C[i,j] = \min\limits_{i<k<j} \{C[i,k] + C[k,j] + dj - di\} \\ C[i,i+1] = 0 \ , \ 0 \le i \le n \end{cases}$$

۲)
$$\begin{cases} C[i,j] = \min\limits_{i\le k<j} \{C[i,k] + C[k+1,j] + d_{i-1} d_k d_j\} \\ C[i,i] = 0 \ , \ 1 \le i \le n \end{cases}$$

۳)
$$\begin{cases} C[i,j] = \min\limits_{i<k<j} \{C[i,k-1] + C[k+1,j] + d_k\} \\ C[i,i] = d_i \ , \ 1 \le i \le n \end{cases}$$

۴)
$$\begin{cases} C[i,j] = \min\limits_{i<k\le j} \{C[i,k-1] + C[k,j] + d_i d_k d_{j-1}\} \\ C[j,j] = d_j \ , \ 1 \le j \le n \end{cases}$$

۱۸۷- با داشتن هر یک از پیمایش پسوندی (Postorder)، میانوندی (Inorder) و پیشوندی (Preorder) به تنهایی، کدام گزینه تعداد درخت‌های دودویی را که می‌توان ساخت، نشان می‌دهد؟

۱) $T(n) = \frac{1}{n}\binom{2n}{n}$

۲) $T(n) = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$

۳) $T(n) = \frac{1}{n}\binom{2n-2}{n-1}$

۴) $T(n) = \frac{1}{n+1}\binom{2n-2}{n-1}$

۱۸۸- عدد مثبت و صحیح n را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگترین عدد مثبت و صحیح x را پیدا کنیم به طوری که $x^2 \le n$ باشد. بهترین الگوریتم برای یافتن x دارای چه هزینهٔ زمانی خواهد بود؟

۱) $O(n)$ ۲) $O(\sqrt{n})$

۳) $O(\log n)$ ۴) $O(n \log n)$

۱۸۹- فرض کنید a و b اشاره‌گر به گرهٔ وسط، به ترتیب در لیست‌های L_1 و L_2 هستند. با فرض اینکه L_1 و L_2 لیست‌های پیوندی یکطرفه دایره‌ای هستند. فراخوانی change(a,b) چه تغییراتی بر روی این لیست‌ها پدید می‌آورد؟

```
void  change (link  *a , link  *b){
 ink   *temp = a-> next;
 a-> next=b->next;
 b->next=temp;
}
```

۱) دو لیست از تعویض نیمه دوم لیست‌ها با یکدیگر به دست می‌آید.
۲) یک لیست پیوندی دایره‌ای از اتصال لیست‌ها به دست می‌آید.
۳) در عمل باعث می‌شود لیست‌های L_1, L_2 با یکدیگر جابجا شوند.
۴) چهار لیست پیوندی دایره‌ای جدید به وجود می‌آیند، که هر یک شامل نیمه‌ای از لیست‌های اولیه است.

۱۹۰- اگر الگوریتم جستجوی دودویی را برای جستجوی عناصر آرایه $A[1..9]=[-1,2,10,20,25,29,35,40,50]$ به کار ببریم، میانگین تعداد مقایسه‌ها برای جستجوی موفق و ناموفق، به طور تقریبی چقدر است؟

۱) موفق ۲/۸، ناموفق ۳/۸ ۲) موفق ۲/۸، ناموفق ۲/۸
۳) موفق ۲/۸، ناموفق ۳/۴ ۴) موفق ۳/۴، ناموفق ۳/۴

۱۹۱- در یک درخت دودویی نخ‌کشی شده با n گره، چند نخ وجود دارد؟

۱) $n-1$ ۲) n
۳) $n+1$ ۴) $2n-2$

۱۹۲- در رابطه با درختان پر (full) و کامل (complete)، کدام عبارت صحیح است؟

۱) هر درخت باینری یا پر است یا کامل
۲) هیچ درخت باینری پر و کامل نیست.
۳) هر درخت باینری کامل، درخت باینری پر نیز است.
۴) هر درخت باینری پر، درخت باینری کامل نیز است.

۱۹۳- مرتبه زمانی الگوریتم زیر کدام است؟

```
f(n)
{
 if(n == 0)
      return(1);
x = 0;
for(i = 0;i < n;i++)
 x = x+f(n-1)
 return(x);
}
```

۱) $O(n!)$ ۲) $O(2^n)$
۳) $O(n^2)$ ۴) $O(n^2 \log n)$

۱۹۴- کدام یک از موارد زیر درست است؟

۱) $n \in \Omega((\log n)^{\log n})$ ۲) $n \in O((\log n)^{\log n})$

۳) $\log n! \in O(n)$ ۴) $n \in \Omega((\log n)!)$

۱۹۵- فرض کنید در آرایهٔ **A** به طول ***l*** می‌خواهیم بلوک **M** به طول **m** و بلوک **N** به طول **n** که پشت سرهم قرار دارند و $m > n$ است، را با یکدیگر جابجا کنیم. یعنی می‌خواهیم اول بلوک **N** در **A** ظاهر شود و بعد از آن **M**، و فقط از یک خانه حافظه کمکی استفاده کنیم. بهترین الگوریتم دارای چه مرتبه زمانی است؟

۱) $O(n+m)$

۲) $O(n \times m)$

۳) $O(n^2 + m^2)$

۴) این کار بدون حافظه کمکی با اندازه m امکان‌پذیر نیست.

۱۹۶- در یک گراف همبند وزن‌دار **G** با **n** رأس و **m** یال که وزن تمام یال‌ها مجزا است، می‌خواهیم الگوریتمی طراحی کنیم که برای یال داده شده **e** مشخص کند که آیا **e** جزء درخت پوشای مینیمم (**minimum spanning tree**) است یا نه. مرتبه زمانی الگوریتم چیست؟

۱) $O(m \log n)$

۲) $O(m \log m)$

۳) $O(2^n)$

۴) $O(n+m)$

۱۹۷- فرض کنید می‌خواهیم چهار ماتریس زیر را در یکدیگر ضرب کنیم، به‌طوری که تعداد ضرب‌ها حداقل شود.

$A1_{5\times2}$ و $A2_{2\times3}$ و $A3_{3\times4}$ و $A4_{4\times6}$

برای انجام این کار از برنامه‌نویسی پویا (**Dynamic Programmig**) استفاده می‌کنیم. ماتریس **M** در زیر نشان دهنده نتایج میانی ضرب این ماتریس‌ها می‌باشد. مقدار درایه $M[1][4]$ چه خواهد بود؟

M =	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۳۰	۶۴	□
۲		۰	۲۴	۷۲
۳			۰	۷۲
۴				۰

۱) $M[1][4] = ۷۲$

۲) $M[1][4] = ۲۴$

۳) $M[1][4] = ۱۳۲$

۴) $M[1][4] = ۶۴$

۱۹۸- در چه صورت می‌توان زمان الگوریتم **quick Sort** را در بدترین حالت $O(n \log n)$ کرد؟

۱) در هر گام از الگوریتم، Pivot با میانه زیر لیست آن گام مقدار بگیرد.

۲) در هر گام از الگوریتم، Pivot به صورت تصادفی انتخاب شود.

۳) در هر گام از الگوریتم، Pivot با عضو مینیمم زیر لیست آن گام مقدار بگیرد.

۴) احتیاج به عمل خاصی نیست و بدترین زمان این الگوریتم $O(n \log n)$ است.

۱۹۹- کدام گزاره (گزاره‌ها) در مورد درخت AVL صحیح است؟

گزاره ۱: اگر F_n، nامین عدد فیبونانچی ($F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$) باشد، کمینه تعداد گره‌های یک درخت AVL با ارتفاع h برابر خواهد بود با $F_{h+3} - 1$.

گزاره ۲: یک درخت AVL با ارتفاع ۴، حداقل ۱۲ گره دارد.

گزاره ۳: تعداد درخت‌های ممکن AVL با کلیدهای ۱، ۲ و ۳ برابر یک درخت می‌باشد.

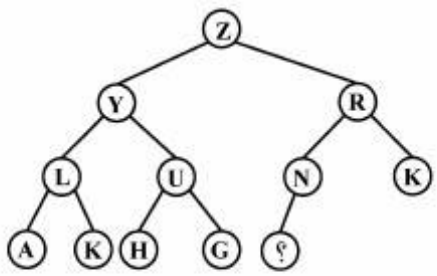
۱) فقط گزاره ۱

۲) فقط گزاره ۱ و ۲

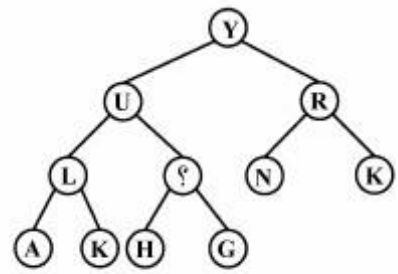
۳) هیچکدام از گزاره‌ها صحیح نیستند.

۴) هر سه گزاره صحیح هستند.

۲۰۰- عمل حذف ماکزیمم روی درخت هیپ (heap) (الف) انجام شده و درخت (ب) تولید شده است. دادهٔ گره‌ای که با (؟) مشخص شده چه می‌تواند باشد؟



(الف)



(ب)

۱) یکی از I, J, K, L, M

۲) یکی از H, I, J, K, L, M, N

۳) I

۴) M

در سوال‌های ۲۰۱ الی ۲۲۰ (λ) نشان دهنده کلمه پوچ به طول صفر است.

مبانی نظریه محاسبه:

۲۰۱- در مورد زبان‌های قابل تعریف بر روی الفباهای ناتهی A و B با حداقل دو حرف که $A \subset B$، کدام گزینه درست است؟

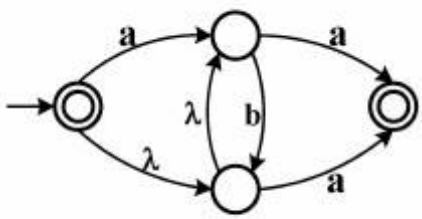
۱) بین مجموعه‌های A^* و B^* تناظر یک به یکی وجود ندارد.

۲) برای هر زبان $L_1 \subseteq A^*$ و هر زبان $L_2 \subseteq B^*$، داریم $L_1 \subseteq L_2$.

۳) برای هر زبان $L_1 \subseteq B^*$ یک زبان $L_2 \subseteq A^*$ وجود دارد، که تعداد اعضای L_1 و L_2 برابر باشند.

۴) هر زبان $L_1 \subseteq B^*$ را می‌توان به‌صورت اجتماع دو زبان از A^* و $(B-A)^*$ نوشت.

۲۰۲- زبان اتوماتون زیر با کدام عبارت منظم، توصیف می‌شود؟



۱) $\lambda + ab^*a$

۲) $ab^*a + b^*a$

۳) $a + ab^*a$

۴) $\lambda + (a+\lambda)b^*a$

۲۰۳- یک زبان منظم توسط یک اتوماتون متناهی قطعی D با n حالت و یک اتوماتون متناهی غیرقطعی C با m حالت پذیرفته می‌شود. کدام گزینه درست است؟

۱) همواره $n > m$ است.

۲) اگر D و C هیچ‌کدام دارای گذار λ نباشند آنگاه $n = m$.

۳) همواره یک اتوماتون متناهی غیرقطعی با کمتر از n حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.

۴) همواره یک اتوماتون متناهی قطعی با 2^m حالت برای پذیرش این زبان وجود دارد.

۲۰۴- حداقل تعداد حالات اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش زبان مربوط به عبارت منظم زیر چقدر است؟

$$aabba + baba + (a+b)ab^+a$$

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۱۵

۲۰۵- از اتوماتون متناهی قطعی M بر روی الفبای Σ، یک اتوماتون متناهی غیرقطعی M' به این ترتیب ساخته شده است، که مجموعه حالات M' شامل مجموعهٔ حالات M و یک حالت شروع جدید است، و گذارهای M' شامل گذارهای M و گذار λ از حالت شروع جدید به تمام حالات M است. در مورد زبان $L(M')$ کدام گزینه درست است؟

۱) $L(M') = \Sigma^*$

۲) $L(M') = L(M)$

۳) $L(M') = \{x \mid x \in \text{suffix}(w) \text{for some } w \in L(M)\}$

۴) $L(M')$ را نمی‌توان به‌طور دقیق مشخص کرد.

۲۰۶- آیا می‌توان یک اتوماتون متناهی غیرقطعی که بدون گذار λ است و دارای چند حالت پذیرش است به یک اتوماتون متناهی غیرقطعی بدون گذار λ با یک حالت پذیرش تبدیل کرد؟

۱) خیر، فقط می‌توان یک اتوماتون متناهی غیرقطعی دارای گذار λ و با یک حالت پذیرش ساخت.

۲) بله، همیشه می‌توان این عمل را انجام داد.

۳) در صورتی می‌توان این کار را انجام داد که اتوماتون متناهی غیرقطعی اولیه کلمه λ را نپذیرد.

۴) در صورتی می‌توان این کار را انجام داد که روی حالت‌های پذیرش Loop وجود نداشته باشد.

۲۰۷- زبان $L=\{\ w \mid w\in\{a,b,c\}^*$ تعداد a کمتر از ۱۲۸ می‌باشد و تعداد a با تعداد b با تعداد c برابر است $\}$ مفروض است. کدام گزینه در مورد این زبان صحیح است؟

۱) منظم است.

۲) منظم نیست ولی مستقل از متن قطعی است.

۳) مستقل از متن قطعی نیست ولی مستقل از متن است.

۴) مستقل از متن نیست ولی حساس به متن است.

۲۰۸- کدام گزینه در مورد زبان $L=\{ww \mid w\in\Sigma^*\}$ بر روی الفبای Σ صحیح است؟

۱) در صورتی که $|\Sigma|=1$ باشد، آنگاه L منظم است.

۲) زبان L منظم نیست ولی قابل پذیرش با یک اتوماتون پشته‌ای قطعی است.

۳) زبان L را نمی‌توان با یک اتوماتون پشته‌ای قطعی پذیرفت، ولی با یک اتوماتون پشته‌ای غیر قطعی قابل پذیرش است.

۴) همواره زبان L منظم است.

۲۰۹- گرامر $G=(\Sigma,V,S,P)$ بر روی الفبای Σ با مجموعه متغیر V، حالت شروع S و قواعد P تعریف شده است، که هر قاعده آن به صورت $A\to aB$ است، که $A\in V$، $B\in V\cup\{\lambda\}$ و $a\in\Sigma$. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $L(G)$ لزوماً منظم نیست.

۲) یک اتوماتون متناهی قطعی با حداکثر $|P|+1$ حالت برای پذیرش $L(G)$ وجود دارد.

۳) هر زبان مستقل از متن را می‌توان با یک گرامر به شکل گفته شده بیان کرد.

۴) یک اتوماتون متناهی غیرقطعی با حداکثر $|P|+1$ حالت برای پذیرش $L(G)$ وجود دارد، ولی با این تعداد حالت لزوماً یک اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش $L(G)$ وجود ندارد.

۲۱۰- زبان L به صورت زیر تعریف شده است.

$$L=\{U\circ W \mid u\in\{1\}^*, w\in\{0,1\}^*, \text{ است } |u| \text{ معادل دودویی } w\}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) L همواره منظم است.

۲) فقط در صورتی که طول u کوچکتر از یک عدد ثابت c باشد، آنگاه L منظم است.

۳) L منظم نیست، ولی مستقل از متن قطعی است.

۴) L مستقل از متن قطعی نیست، ولی مستقل از متن است.

۲۱۱- فرض کنید زبان گرامر $G(\{a,b\},V,S,P)$ برابر با تمام رشته‌هایی از $\{a,b\}^*$ باشد که تعداد حروف a و b آن‌ها برابر است. گرامر $G'=(\{a,b\},V\cup\{S',A\},P\cup P')$ برای زبان تمام رشته‌هایی که تعداد حروف a از b بیشتر باشد را درنظر بگیرید که $A\notin V$. کدام گزینه در مورد قواعد P' صحیح است؟

۱) $P'=\{S'\to AS'A \mid SS' \mid \lambda, A\to aA \mid a\}$

۲) $P'=\{S'\to SAS \mid SS' \mid \lambda, A\to aA \mid a\}$

۳) $P'=\{S'\to ASS' \mid SS'A \mid \lambda, A\to aA \mid a\}$

۴) $P'=\{S'\to SAS' \mid \lambda, A\to aA \mid a\}$

۲۱۲- در گرامر $G(\sum,V,S,P)$ تمام قواعد آن به‌صورت $A \to a\alpha$ است، که $A \in V, a \in \sum$ و $\alpha \in \{\sum \cup V\}^*$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱) زبان‌های این نوع گرامرها زیر مجموعه اکیدی از زبان‌های مستقل از متن هستند.

۲) اگر $|\alpha| > 1$ آنگاه زبان گرامر G منظم نیست.

۳) زبان $L = \{wa \mid w \in \sum^*, a \in \sum\}$ دارای گرامری به شکل G نیست.

۴) اگر $|\alpha| \leq 2$ و α شامل حداکثر یک متغیر باشد آنگاه زبان G منظم است.

۲۱۳- کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته‌ای صحیح است؟

۱) برای هر اتوماتون پشته‌ای قطعی یک اتوماتون متناهی غیر قطعی معادل وجود دارد.

۲) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از یک مقدار ثابت کوچکتر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.

۳) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچکتر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.

۴) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچکتر باشد، یک اتوماتون متناهی غیر قطعی معادل وجود دارد.

۲۱۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱) برای یک زبان مستقل از متن ذاتاً مبهم، هیچ اتوماتون پشته‌ای قطعی وجود ندارد.

۲) برای هر گرامر مستقل از متن مبهم، یک اتوماتون پشته‌ای قطعی معادل وجود دارد.

۳) زبان هر اتوماتون پشته‌ای قطعی ذاتاً مبهم، است.

۴) اگر یک زبان دارای گرامر مستقل از متن مبهم باشد، آن زبان ذاتاً مبهم است.

۲۱۵- کدام گزینه گرامر زیر را برای تولید زبان $L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$ کامل می‌کند؟

$S \to AS \mid BS \mid C$

$C \to \lambda$

$BC \to CB'b$

$AC \to CA'a$

$bB' \to B'b$

$bA' \to A'b$

$aB' \to B'a$

$aA' \to A'a$

۱) $A' \to a \cdot CA' \to Ca$

۲) $CB' \to Cb \cdot CA' \to Ca$

۳) $A' \to a \cdot B' \to b$

۴) $CB' \to bC \cdot CA' \to aC$

۲۱۶- کدام گزینه در مورد درخت محاسبه یک ماشین تورینگ غیرقطعی داده شده بر روی یک ورودی دلخواه، همواره صحیح است؟

۱) این درخت را می‌توان با یک ماشین تورینگ قطعی با جست‌وجوی عمق اول (DFS) تولید کرد.

۲) این درخت را می‌توان با یک ماشین تورینگ قطعی با جست‌وجوی سطح اول (BFS) تولید کرد.

۳) فقط ماشین تورینگ جهانی (Universal) می‌تواند این درخت را به صورت جست‌وجوی عمق اول (DFS) تولید کند.

۴) فقط ماشین تورینگ جهانی می‌تواند این درخت را به صورت جست‌وجوی سطح اول (BFS) تولید کند.

۲۱۷- فرض کنید $T(M,w)$ زمان اجرای پردازش ماشین M بر روی ورودی w است که برابر با تعداد گذرهای M در محاسبهٔ w تعریف می‌شود. کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر M یک ماشین تورینگ باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناهی است.

۲) اگر M یک اتوماتون متناهی قطعی باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناسب با $|w|$ است.

۳) اگر M یک اتوماتون خطی محدود (LBA) باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناسب با $|w|$ است.

۴) اگر M یک اتوماتون پشته‌ای قطعی باشد، آنگاه $T(M,w)$ متناسب با بیشترین اندازه پشته هنگام پردازش w است.

۲۱۸- برای ماشین تورینگ T که فقط در دو حالت q_a و q_r متوقف می‌شود، زبان L_1 و L_2 به ترتیب شامل کلماتی هستند که برای آن ورودی‌ها T به ترتیب در حالت‌های q_a و q_r متوقف می‌شود. در چه صورتی L_2 با مکمل L_1 برابر است؟

۱) اگر L_1 تصمیم‌پذیر باشد.

۲) اگر L_1 منظم باشد.

۳) همواره L_2 با مکمل L_1 برابر است.

۴) اگر T به ازای هر ورودی متوقف شود.

۲۱۹- اگر $\overline{L}$ مکمل زبان L باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر زبان L توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، که مقدار حافظه مصرفی آن برای هر ورودی از مجذور طول ورودی کوچک‌تر است، آنگاه L تصمیم‌پذیر (decidable) است.

۲) اگر زبان L توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، که مقدار حافظه مصرفی آن برای هر ورودی از مجذور طول ورودی بزرگ‌تر است، آنگاه L منظم نیست.

۳) اگر L شمارش پذیر بازگشتی نباشد، آنگاه لزوماً $\overline{L}$ شمارش پذیربازگشتی نیست.

۴) اگر L شمارش پذیر بازگشتی نباشد، آنگاه لزوماً $\overline{L}$ شمارش پذیربازگشتی است.

۲۲۰- اگر N یک مدل محاسباتی دلخواه و $\langle . \rangle$ نمایش کدینگ ماشین‌های از نوع N باشد، تعریف می‌کنیم:

$$L_N \overset{\Delta}{=} \{\langle M \rangle / M \text{ ماشینی از نوع } N \text{ است که هیچ کلمه‌ای به طول فرد را نمی‌پذیرد.}\}.$$

در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) برای هر مدل محاسباتی N، زبان L_N تصمیم‌پذیر است.

۲) اگر N مدل تورینگ قطعی باشد، آنگاه L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

۳) اگر N مدل PDA (اتوماتون پشته‌ای) باشد، آنگاه L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

۴) فقط وقتی N مدل FA (اتوماتون متناهی) باشد، L_N تصمیم‌پذیر (decidable) است.

تحقیق در عملیات ۱:

۲۲۱- فرض کنید مساله برنامه‌ریزی خطی

$$\max\ u = b^T v$$
$$\text{s.t. } A^T v \le 0$$
$$v \le 0$$

بی‌کران است. در این صورت، دستگاه $Ax \le b$ .....

۱) شدنی است.

۲) ناشدنی است.

۳) مجموعه جواب‌های شدنی بی‌کران دارد.

۴) می‌تواند شدنی یا ناشدنی باشد.

۲۲۲- در خصوص مساله (P) به صورت

$$\min\ z = c^T x$$
$$\text{s.t. } Ax = 0 \qquad (P)$$
$$x \le u$$

با $u \ge 0$ داده شده و دوگان آن (D)، کدام گزینه صحیح است؟

۱) (P) و (D) هر دو شدنی‌اند.

۲) (P) و (D) هر دو ناشدنی‌اند.

۳) (D) شدنی است و (P) ممکن است شدنی یا ناشدنی باشد.

۴) (P) شدنی است و (D) ممکن است شدنی یا ناشدنی باشد.

۲۲۳- فرض کنید مساله برنامه‌ریزی خطی

$$\min\ z = c^T x$$
$$\text{s.t. } Ax = b \qquad (P)$$

جواب بهینه دارد. بردار b را به $\hat{b}$ تغییر دهید، مساله جدید را $(\hat{P})$ و دوگان آن را $(\hat{D})$ بنامید. گزینه صحیح کدام است؟

۱) اگر $(\hat{P})$ ناشدنی باشد، آن‌گاه $(\hat{D})$ بی‌کران است.

۲) $(\hat{P})$ می‌تواند بی‌کران باشد.

۳) $(\hat{D})$ نمی‌تواند بی‌کران باشد.

۴) $(\hat{D})$ یا ناشدنی است یا بی‌کران است.

۲۲۴- مساله (P) را به صورت

$$\min z = b^T v$$
$$\text{s.t. } Av \geq 0 \qquad (P)$$

درنظر بگیرید. اگر دستگاه $A^T x = b$، $x \geq 0$ جواب داشته باشد، آن‌گاه مساله (P) .....

۱) جواب بهینه با مقدار بهینه Z برابر با صفر دارد.

۲) می‌تواند جواب بهینه با مقدار بهینه Z ناصفر داشته باشد.

۳) می‌تواند بی‌کران باشد.

۴) یا بی‌کران است یا جواب بهینه دارد.

۲۲۵- اگر دستگاه $Ax \geq 0$، $x \geq 0$، $c^T x > 0$ جواب نداشته باشد، آن‌گاه کدام دستگاه جواب دارد؟

۱) $v \geq 0 \, , A^T v \geq c$

۲) $v \geq 0 \, , A^T v \leq c$

۳) $v \leq 0 \, , A^T v \geq c$

۴) $v \leq 0 \, , A^T v \leq c$

۲۲۶- مساله اولیه (P) را به صورت

$$\min z = x_1 + x_2$$
$$\text{s.t. } x_1 + x_2 \leq 1 \qquad (P)$$
$$-x_1 - x_2 \geq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

درنظر بگیرید، و دوگان آن را (D) بنامید. کدام گزینه صحیح است؟

۱) (D) بی‌کران است.

۲) (P) بی‌کران است.

۳) (D) جواب بهینه دارد.

۴) (P) و(D) هر دو ناشدنی‌اند.

۲۲۷- فرض کنید دستگاه $Ax \leq b$، $x \geq 0$ جواب دارد. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $A^T v \leq 0, v \leq 0 \Rightarrow b^T v \geq 0$

۲) $A^T v \leq 0, v \geq 0 \Rightarrow b^T v \geq 0$

۳) $A^T v \leq 0, v \geq 0 \Rightarrow b^T v \leq 0$

۴) $A^T v \leq 0, v \leq 0 \Rightarrow b^T v \leq 0$

۲۲۸- مساله (P) را به صورت زیر درنظر بگیرید:

$$\min z = b^T u$$
$$\text{s.t. } u_i + v_i \geq ۱ \ , i = ۱,\dots,n \qquad (P)$$
$$u_i - v_i \leq ۱ \ , i = ۱,\dots,n$$

که در آن $b \neq ۰$. دوگان این مساله را (D) بنامید. کدام گزینه صحیح است؟

۱) (D) بی‌کران است.
۲) (P) بی‌کران است.
۳) (D) جواب بهینه دارد.
۴) (P) جواب بهینه است.

۲۲۹- اگر k امین قید یک مساله برنامه‌ریزی خطی استاندارد در اسکالر $\lambda > ۰$ ضرب شود، مقدار بهینه تابع هدف دوگان چه تغییری می‌کند؟

۱) در λ ضرب می‌شود.
۲) از λ کم می‌شود.
۳) بر λ تقسیم می‌شود.
۴) بدون تغییر باقی می‌ماند.

۲۳۰- مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را درنظر بگیرید:

$$\max \ ۲x_۱ + x_۲ + ۴x_۳ + ۵x_۴ + x_۶$$
$$\text{s.t. } ۳x_۱ + ۶x_۲ + ۳x_۳ + ۲x_۴ + ۳x_۵ + ۴x_۶ \leq ۶۰$$
$$x_۱, x_۲, x_۳, x_۴, x_۵, x_۶ \geq ۰$$

تعداد نقاط رأسی (گوشه‌ای) و مقدار بهینه تابع هدف، به ترتیب کدامند؟

۱) ۷، ۱۵۰
۲) ۶، ۱۵۰
۳) ۷، ۸۰
۴) ۶، ۸۰

@RayanAzmoon

۲۳۱- مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را درنظر بگیرید:

$$\min z$$
$$\text{s.t. } z - c^T x = 0 \qquad (P)$$
$$Ax = b$$
$$x \geq 0$$

فرض کنید w متغیر دوگان متناظر با قید اول مسأله (P) باشد. مقدار w در جواب بهینه دوگان کدام است؟

۱) $w = 0$

۲) $w = 1$

۳) $w < 1$

۴) $w > 1$

۲۳۲- برای تهیه کالایی نیاز به دو قطعه نوع A و سه قطعه نوع B است. اگر هدف تولید بیشترین تعداد این کالا باشد، تابع هدف به کدام صورت نوشته می‌شود؟ (x_1 تعداد قطعه A و x_2 تعداد قطعه B است.)

۱) $\max(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3})$

۲) $\max(\min(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}))$

۳) $\max(3x_1 + 2x_2)$

۴) $\max(2x_1 + 3x_2)$

۲۳۳- اگر در یک مسأله برنامه‌ریزی خطی شدنی (P) بردار گرادیان تابع هدف موازی بردار گرادیان یکی از قیدها باشد، آنگاه مسأله (P) ..... .

۱) ممکن است جواب بهینه یکتا یا چندگانه داشته باشد

۲) جواب بهینه یکتا دارد

۳) جواب بهینه چندگانه دارد

۴) جواب بهینه تباهیده دارد

@RayanAzmoon

۲۳۴- مسأله برنامه‌ریزی خطی اولیه زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$\text{s.t. } x_1 + \frac{2}{3}x_2 \le 3$$

$$x_1 + x_2 \le 5$$

$$x_1 - \frac{1}{3}x_2 \le 0$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

اگر بردار متغیرهای دوگان در جواب بهینه مسأله دوگان برابر $(v_1, v_2, v_3) = (-1, 0, -1)$ باشد، آن‌گاه جواب بهینه (x_1, x_2) برابر است با .....

۱) $(0, 0)$

۲) $(1, 0)$

۳) $(1, 3)$

۴) $(3, 1)$

۲۳۵- برای مساله برنامه‌ریزی خطی به صورت

$$\min z = x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4$$

$$\text{s.t. } x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3$$

$$x_i \ge 0, i = 1, 2, 3, 4$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) جواب بهینه یکتا دارد.

۲) بی‌نهایت جواب بهینه دارد.

۳) بی‌کران است.

۴) جواب بهینه ندارد.

۲۳۶- برای مسأله فاز یک در روش دو فازی، کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر جواب بهینه داشته باشد، آن‌گاه مسأله اولیه شدنی است.

۲) می‌تواند بی‌کران باشد.

۳) همواره جواب بهینه دارد که به ازای آن، شدنی یا ناشدنی بودن مسأله اولیه مشخص می‌شود.

۴) متغیرهای مصنوعی در جواب مسأله فاز یک مقادیر برابر با صفر دارند.

۲۳۷- مسأله برنامه‌ریزی خطی شدنی زیر را درنظر بگیرید:

$$\min \ c^T x$$
$$\text{s.t.} \ Ax \geq b \qquad (P)$$
$$x \geq 0$$

تحت کدام‌یک از شرایط زیر، هر جواب شدنی مسأله (P) یک جواب بهینه است؟

۱) $b = -c \, , A = A^T$

۲) $b = c$ و $A = A^T$

۳) $b = -c$ و $A^T = -A$

۴) $b = c$ و $A^T = -A$

۲۳۸- می‌خواهیم مسألهٔ زیر را با استفاده از روش M ـ بزرگ حل کنیم. اگر در اولین تکرار، متغیر x_1 وارد شونده باشد، آنگاه ...

$$\min \ c_1 x_1 + \frac{1}{c_1} x_2$$
$$\text{s.t.} \ 4x_1 + 2x_2 \geq 3$$
$$6x_1 + 7x_2 \geq 4$$
$$x_1 , x_2 \geq 0$$

۱) $M < c_1 - \frac{1}{c_1}$

۲) $M > c_1 - \frac{1}{c_1}$

۳) $M > \frac{1}{c_1} - c_1$

۴) $M < \frac{1}{c_1} - c_1$

۲۳۹- مساله برنامه‌ریزی خطی شدنی (P) را به صورت زیر درنظر بگیرید. اگر یکی از c_jها منفی باشد، آنگاه مسأله (P) .....

$$\min \ \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \sum_{j=1}^{n} c_j y_j$$
$$\text{s.t.} \ Ax - Ay = b \qquad (P)$$
$$x , y \geq 0$$

۱) تباهیده است.

۲) جواب بهینه یکتا دارد.

۳) جواب بهینه چندگانه دارد.

۴) بی‌کران است.

۲۴۰- فرض کنید x_i میزان ماده خام نوع i را نشان می‌دهد و $i = ۱,۲,۳$. محصول A از ترکیب این سه نوع ماده خام حاصل می‌شود، با این محدودیت که حداقل ۲۰ درصد محصول A از ماده خام نوع ۲ باشد، کدام گزینه این محدودیت را نشان می‌دهد؟

۱) $x_۱ - ۲۰x_۲ + x_۳ \leq ۰$

۲) $x_۱ - ۲۰x_۲ + x_۳ \geq ۰$

۳) $۲۰x_۱ - ۸۰x_۲ + ۲۰x_۳ \leq ۰$

۴) $۲۰x_۱ - ۸۰x_۲ + ۲۰x_۳ \geq ۰$

@RayanAzmoon