

327F

F 327

@RayanAzmoon

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمـــون ورودی
دوره‌های دکتـــری (نیمه متمرکز) داخل ـ ســـال ۱۳۹۴

علوم کامپیوتر
(کد ۲۲۴۷)

تعداد سؤال: ۴۵ مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ساختمان گسسته، منطق ـ نظریه علوم کامپیوتر)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ـ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- فرض کنید ۵ نوع اسید آمینه آبدوست و ۵ اسید آمینه آبگریز در اختیار داریم و می‌خواهیم با استفاده از این اسیدهای آمینه زنجیره‌هایی به طول ۳ یا ۴ اسید آمینه بسازیم، هر زنجیره باید حداقل شامل یک اسید آمینه آبگریز باشد. چند زنجیره مختلف از اسیدهای آمینه با چنین شرایطی می‌تواند ساخته شود؟

۱) ۱۲۶۰۰

۲) ۱۱۳۵۰

۳) ۱۰۲۵۰

۴) ۱۶۰۸۰

۲- به چند طریق می‌توان ۹۲ سکه ۵۰۰ تومانی را بین دو نفر تقسیم کرد به طوری که نفر اول حداقل ۲ سکه و نفر دوم حداقل ۳ سکه دریافت کند؟

۱) ۸۷

۲) ۸۸

۳) ۹۰

۴) ۹۲

۳- تعداد زیر مجموعه‌های ۴ عضوی مجموعهٔ $\{۱,۲,...,۱۰\}$ که هیچ دو عدد متوالی را شامل نیست، برابر کدام است؟

۱) ۲۱

۲) ۳۵

۳) ۴۵

۴) ۵۱

۴- گراف $K_{۱۰,۱۰}$ چند دور همیلتونی دارد؟

۱) $۹!\times ۱۰!$

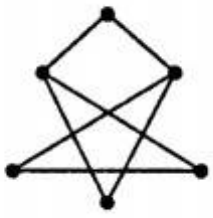
۲) $۱۰!$

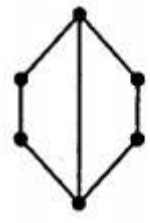
۳) $\frac{(۱۰!)^۲}{۲}$

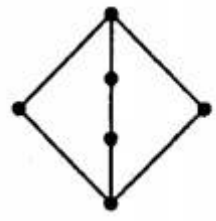
۴) $\frac{۹!\times ۱۰!}{۲}$

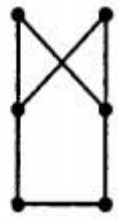
RayanAzmoon

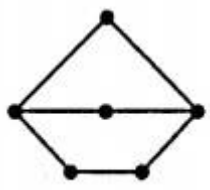
۵- کدام‌یک از گرافهای زیر با گراف روبرو یکریخت نیست؟



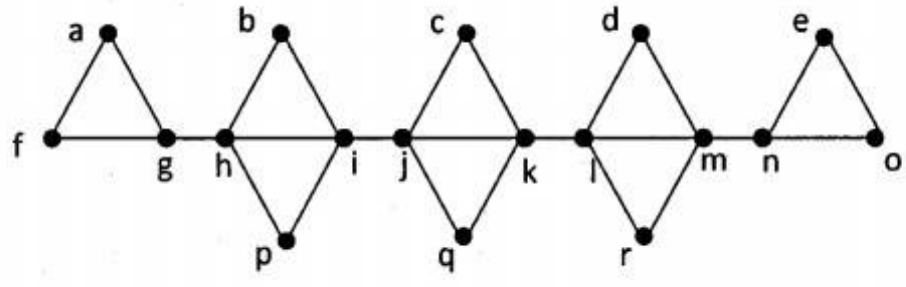
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶- تعداد درخت‌های فراگیر در گراف برچسب‌دار زیر چندتاست؟



۱) ۱۳۹۴

۲) ۱۹۴۴

۳) ۴۹۰۰

۴) ۹۰۰۰

۷- فرض کنید G گرافی است که هریال آن روی حداکثر یک دور قرار دارد. کدام گزاره دربارهٔ G، همیشه درست است؟

۱) عدد رنگی G حداکثر ۳ است.

۲) همه رأس‌های برشی G روی یک مسیر قرار دارند.

۳) G اویلری است.

۴) G پل (یال برشی) ندارد.

۸- فرض کنید $2n$ نقطهٔ $P_1, Q_1, P_2, Q_2, \ldots, P_n, Q_n$ با همین ترتیب، به صورت متساوی الفاصله روی محیط یک دایره توزیع شده‌اند. می‌خواهیم این نقاط را با n وتر غیر متقاطع به یکدیگر وصل کنیم مشروط بر اینکه هر وتر یک نقطهٔ P_i را به یک نقطهٔ Q_j وصل کند و هر یک از $2n$ نقطهٔ مذکور، دقیقاً روی یک وتر واقع شود. اگر تعداد راه‌های ممکن برای این کار برابر a_n باشد، مقدار a_5 برابر کدام است؟

۱) ۶

۲) ۴۲

۳) ۶۰

۴) ۷۲۰

RayanAzmoon

۹- به چند طریق می‌توان مجموعهٔ $\{1,2,...,9\}$ را به زیر مجموعه‌هایی با اندازهٔ ۲ و ۵ افراز کرد؟

۱) ۱۱۳۴

۲) ۷۵۶

۳) ۳۷۸

۴) ۲۳۸

۱۰- اگر R_1 و R_2 دو رابطه هم ارزی روی یک مجموعه A باشند، آنگاه کدام یک از روابط زیر الزاماً هم ارزی است؟

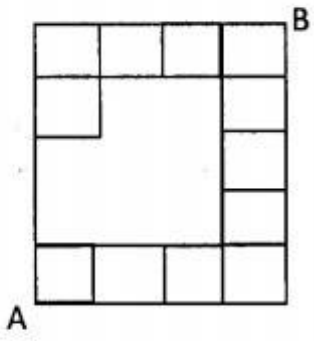
۱) $R_1^{-1} - R_2^{-1}$

۲) $A \times A - (R_1 \cap R_2)$

۳) $R_1^{-1} \cup R_2$

۴) $R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$

۱۱- در مشبّکهٔ ناقص زیر می‌خواهیم از نقطهٔ A به نقطهٔ B برویم، هر مرحله از حرکت، شامل انتقال یک واحدی به سمت راست یا به بالا روی پاره‌خط‌های ترسیم شده، است. به چند طریق می‌توان از A به B رسید؟



۱) ۲۸

۲) ۳۰

۳) ۴۲

۴) ۶۳

۱۲- به ازای عدد صحیح مثبت n قرار دهید $N = \{1,2,...,n\}$ و $f(n) = \sum_{A \subseteq N} \sum_{B \subseteq N} |A \cap B|$. مقدار f_5 برابر کدام است؟

۱) ۱۸۰

۲) ۱۰۲۴

۳) ۱۲۸۰

۴) ۱۸۰۰

۱۳- تابع مولد دنبالهٔ $\{a_n\}_{n\geq 0}$ که با $a_0 = 0$ و $(n \geq 1)$ $a_n = \frac{1\times 5\times\cdots\times(4n-3)}{1\times 2\times\cdots\times n}$ تعریف شده، کدام گزینه است؟

۱) $(1-4x)^{-\frac{1}{4}}$

۲) $(1+4x)^{\frac{1}{4}}$

۳) $(1+4x)^{-\frac{1}{4}}$

۴) $(1-4x)^{\frac{1}{4}}$

۱۴- از گراف کامل برچسب‌دار K_6 ، یک یال را حذف می‌کنیم. گراف حاصل، چند درخت فراگیر دارد؟

۱) ۱۲۵

۲) ۲۵۹

۳) ۸۶۴

۴) ۱۲۹۶

۱۵- با فرض $f(x) = \frac{1}{(1+x)(1+x^2)(1+x^4)}$ ، ضریب جملهٔ x^{50} در عبارت $(f(x))^3$ کدام است؟

۱) ۹۴

۲) ۸۴

۳) ۷۴

۴) ۶۴

۱۶-کدام یک از فرمول های زیر از نظر منطقی نامعتبر است؟

۱) $\exists x\,\exists y\,p(x,y) \rightarrow \neg\forall x\,\forall y\,\neg p(x,y)$

۲) $\forall x\,\forall y\,p(x,y) \rightarrow \exists x\,\exists y\,p(x,y)$

۳) $\exists y\,\forall x\,p(x,y) \rightarrow \forall x\,\exists y\,p(x,y)$

۴) $\exists x\,\exists y\,p(x,y) \rightarrow \forall x\,\exists y\,p(x,y)$

۱۷- فرض کنید M یک مدل و α و β دو فرمول باشند. کدام گزینه غلط است؟

۱) $M \models \forall x(\alpha \rightarrow \beta)$ اگر و فقط اگر، $M \models \forall x\,\alpha$ نتیجه دهد $M \models \forall x\,\beta$

۲) $M \models \alpha$ اگر و فقط اگر $M \models \forall x\,\alpha$

۳) $M \models \forall x(\alpha \leftrightarrow \beta)$ اگر و فقط اگر $M \models \forall x\,\alpha$ معادل باشد با $M \models \forall x\,\beta$

۴) $M \models \exists x(\alpha \rightarrow \beta)$ اگر و فقط اگر $M \not\models \forall x(\alpha \wedge \neg\beta)$

۱۸- در مورد عبارت $\forall x[\exists y(x < y + z) \rightarrow \exists z(x < y + z)]$ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) x ، z آزاد و y پابند است.
۲) x ، y آزاد و z پابند است.
۳) y ، z آزاد و x پابند است.
۴) x ، y ، z پابند هستند.

۱۹- چند ارزش‌دهی v روی $\{p, q, r\}$ وجود دارد که در آن جملهٔ $(p \rightarrow (q \wedge r)) \rightarrow r$ ارزش $\circ$ داشته باشد؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۲۰- مجموعه $\{q \rightarrow p\ ,\ \neg q \rightarrow r,\ \neg r\}$ کدام یک از گزاره‌های زیر را نتیجه نمی‌دهد؟

۱) $p \vee q$
۲) $\neg r \vee q$
۳) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$
۴) $\neg p \wedge q \wedge \neg r$

۲۱- منطق گزاره‌ای کلاسیک را با یک منطق‌گزاره‌ای جدید با n ارزش تعویض کرده‌ایم. با n اتم چند گزارهٔ ناهم‌ارز می‌توان ساخت؟

۱) $n^۲$
۲) $(n^۲)^n$
۳) n^n
۴) n^{n^n}

۲۲- کدام یک از مجموعه های زیر سازگار ماکسیمال است؟

۱) مجموعه‌ی همه‌ی گزاره‌های اتمی
۲) مجموعه‌ی همه‌ی گزاره‌هایی که تحت هر ارزش‌دهی ارزش ۱ دارند.
۳) مجموعه‌ی همه‌ی گزاره‌ها
۴) مجموعه‌ی همه‌ی گزاره‌هایی که تحت آن ارزش‌دهی که به هر اتمی ارزش ۱ نسبت می‌دهد، ارزش ۱ دارند.

۲۳- در مورد برهان $P_۱, P_۲, ..., P_n$ $(n > ۳)$ کدام جمله صحیح است؟

۱) فقط P_n یک قضیه است.
۲) هر یک از اعضای دنباله به جز احتمالاً $P_۱$ یک قضیه است.
۳) $P_۱, P_۲, ..., P_n, P_۱$ نیز لزوماً یک برهان است.
۴) $P_n, ..., P_۴, P_۱, P_۲, P_۳$ لزوماً یک برهان است.

۲۴- ترجمهٔ منطقی جملهٔ زیر کدام است؟

«هر مسلمانی محرم اسرار خداوند نیست.»

۱) $\exists x\ (A(x) \wedge \sim B(x))$
۲) $\forall x\ (A(x) \rightarrow \sim B(x))$
۳) $\sim \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$
۴) $\forall x\ (\sim B(x) \rightarrow A(x))$

۲۵- در تعبیر با دامنهٔ مجموعهٔ اعداد صحیح مثبت و $G(x,y)$ با تعبیر « $x < y$ »، ارزش فرمول‌های φ و Ψ زیر:

$$\varphi : (\forall x)(\exists y)G(x,y) \rightarrow (\exists y)(\forall x)G(x,y)$$
$$\Psi : (\exists y)(\forall x)G(x,y)) \rightarrow (\forall x)(\exists y)G(x,y)$$

از چپ به راست عبارتند از:

۱) T ، T

۲) F ، F

۳) T ، F

۴) F ، T

۲۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر از رابط‌های منطقی کارساز (کامل) است؟

۱) $\{\leftrightarrow, \bot, \wedge\}$

۲) $\{\leftrightarrow, T, \wedge\}$

۳) $\{\rightarrow, T\}$

۴) $\{\leftrightarrow, \sim\}$

۲۷- کدام یک از موارد زیر در منطق گزاره‌ای در حالت کلی درست است؟

۱) اگر $\Gamma \models \varphi$ آنگاه $\Gamma \not\models \sim \varphi$

۲) اگر Γ_1 و Γ_2 ارضا شدنی باشند آنگاه $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$ ارضا شدنی است.

۳) اگر $\Gamma \not\models \varphi$ آنگاه $\Gamma \models \sim \varphi$

۴) اگر Γ_1 ارضا شدنی باشد و $\Gamma_1 \supseteq \Gamma_2$ آنگاه Γ_2 ارضا شدنی است.

۲۸- کدام یک از موارد داده شده در مورد مجموعهٔ زیر درست نیست؟

$$\{(p_i \vee \sim p_{i+1}) : i \in \mathbb{N}\}$$

۱) ارضاپذیر است.

۲) کامل است.

۳) تصمیم‌پذیر است.

۴) مجموعهٔ نتایج آن به طور مؤثر شمارا است.

۲۹- در دستگاه استنتاج طبیعی برای منطقه گزاره‌ای قاعدهٔ تحویل به تناقض (**RAA**) را حذف کرده‌ایم. کدام یک از موارد زیر قضیهٔ دستگاه حاصل نیست؟

۱) $\sim\sim p \rightarrow p$

۲) $\sim (p \wedge \sim p)$

۳) $(p \wedge \sim p) \rightarrow q$

۴) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

۳۰- چند مورد از جملات زیر نتیجهٔ منطقی فرمول $(\forall y)(\exists x)F(x,y)$ هستند؟

$$(\exists y)(\exists x)F(x,y) \quad ; \quad (\forall x)(\forall y)F(x,y) \quad ; \quad (\exists x)(\forall y)F(x,y)$$

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۳۱- C را مجموعه‌ی همه‌ی توابع محاسبه‌پذیر یک متغیره، $C^{(n)}$ را مجموعه‌ی همه‌ی توابع یک متغیره‌ی قابل محاسبه توسط برنامه‌ای با حداکثر **n** دستور و $C_{(n)}$ را مجموعه‌ی همه‌ی توابع یک متغیره‌ی قابل محاسبه توسط برنامه‌ای که تنها مجاز به استفاده از متغیرهای $X, Y, Z_1,...,Z_n$ است در نظر بگیرید. کدام گزاره درست است؟

۱) $\exists n\ C^{(n)} = C$ و $\exists n\ C_{(n)} = C$
۲) $\forall n\ C^{(n)} \subsetneq C$ و $\exists n\ C_{(n)} = C$
۳) $\exists n\ C^{(n)} = C$ و $\forall n\ C_{(n)} \subsetneq C$
۴) $\forall n\ C^{(n)} \subsetneq C$ و $\forall n\ C_{(n)} \subsetneq C$

۳۲- A یک زیر مجموعه‌ی دلخواه از اعداد طبیعی و $A_x = \{y \in A \mid y \le x\}$. با توجه به اینکه $n \in A \Leftrightarrow n \in A_n$ و اینکه A_n متناهی است کدام گزاره درست است؟

۱) A و A_n تصمیم‌پذیرند.
۲) A_n تصمیم‌پذیر است اما A نه لزوماً.
۳) A و A_n لزوماً تصمیم‌پذیر نیستند.
۴) بدون اطلاعات بیشتر در مورد A نمی‌توان پاسخ داد.

۳۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعه‌ی اندیس است؟

۱) $K = \{x \mid x \in W_x\}$
۲) $\{x \mid \phi_x = \phi_{x^2}\}$
۳) E اعداد زوج
۴) $\varnothing$

۳۴- فرض کنید تابع g بازگشتی اولیه باشد و

$$f_1(0) = c_1$$
$$f_1(1) = c_2$$
$$f_1(x+2) = g(x, f_1(x), f_1(x+1))$$

و

$$f_2(x) = c$$
$$f_2(x+1) = g(x, [f_2(0),...,f_2(x)])$$

باشد. کدام گزاره درست است؟

۱) f_1 و f_2 هردو بازگشتی اولیه‌اند.
۲) f_1 بازگشتی اولیه است و f_2 نه.
۳) f_2 بازگشتی اولیه است و f_1 نه.
۴) f_1 و f_2 هیچ‌یک بازگشتی اولیه نیستند.

۳۵- A یک مجموعه‌ی **r.e.** است. کدام گزاره درست نیست؟

۱) A برد یک تابع بازگشتی اولیه است.
۲) A برد یک تابع بازگشتی اکیداً صعودی است.
۳) A دامنه‌ی یک تابع بازگشتی اکیداً صعودی است.
۴) $\{x \in A \mid x = 2k\}$ یک مجموعه **r.e.** است.

۳۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر **r.e.** است؟

۱) $EMPTY = \{x \in \mathbb{N} \mid W_x = \varnothing\}$
۲) $TOT = \{x \in \mathbb{N} \mid W_x = \mathbb{N}\}$
۳) $NonEMPTY = \{x \in \mathbb{N} \mid W_x \neq \varnothing\}$
۴) $\mathrm{MONOTONE} = \{x \in \mathbb{N} \mid \phi_x \text{ is monotone}\}$

۳۷- **با فرض** $A_n = \{x \in \mathbb{N} | n \in W_x\}$ **کدام درست نیست؟**

۱) مجموعه‌ی A_n به ازای هر عدد طبیعی r.e است.

۲) $\forall n\ A_n =_m K$.

۳) $\forall l\ \forall k\ A_l =_m A_k$

۴) $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n^c$ یک مجموعه .r.e- کامل است.

۳۸- **A یک مجموعه‌ی .r.e دلخواه و** $\Xi_A = \{n \in \mathbb{N} | \exists k^2 \in A \ \ s.t.\ \ k^2 \leq n\}$ **کدام گزینه درست است؟**

۱) Ξ_A تصمیم‌پذیر است.

۲) Ξ_A ، .r.e است اما تصمیم‌پذیر نیست.

۳) Ξ_A مجموعه r.e نیست اما Ξ_A^c مجموعه .r.e است.

۴) Ξ_A تنها در صورتی .r.e است که A مجموعه .r.e-کامل باشد.

۳۹- **کدام گزاره صادق است؟**

۱) اگر $W_{e_1} \neq \{e_2\}$ **آنگاه** $W_{e_2} = \{e_1\}$

۲) $\{e \mid W_e = \{e\}\}$ متناهی است.

۳) اگر $W_{e_1} = \{e_2\}$ آنگاه $W_{e_2} = \{e_1\}$

۴) بی‌نهایت تابع وجود دارد که در شرایط قضیه‌ی S_m^n صدق می‌کند.

۴۰- **فرض کنید C یک مجموعه‌ی خلاق (Creative)و S یک مجموعه‌ی ساده (Simple) باشد. کدام گزاره درست است؟**

۱) S^c یک زیرمجموعه‌ی خلاق دارد.

۲) S^c یک زیرمجموعه‌ی ساده دارد.

۳) $C \leq_m S$

۴) $S \leq_m C$

۴۱- **فرض کنید** $K \leq_m A$ **(تحت تابع f). قرار دهید.**

۱) اگر B بازگشتی باشد آنگاه $f^{-1}(B)$ نیز چنین است.

۲) f(K) یک مجموعه‌ی نامتناهی است.

کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱) ۲ درست است ولی ۱ نه

۲) ۱و۲ هردو درست است.

۳) ۱ درست است ولی ۲ نه

۴) ۱و۲ هردو نادرست است.

۴۲- **کدام گزینه صحیح است؟**

۱) $\{1393\} \leq_m \overline{K}$

۲) درجه تورینگی مانند a هست که برای هر درجه تورینگ دیگر مانند b ، $b \leq_T a$

۳) D_T(مجموعه تمام درجات تورینگ) یک مجموعه شمارا و نامتناهی است.

۴) یک مجموعه .r.e مانند B وجود دارد که $B \not\leq_m K$

۴۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\{x \in \mathbb{N} \mid W_x \text{ بازگشتی است}\} \in \Sigma_2$

۲) $\{x \in \mathbb{N} \mid \Phi_x \text{ تام و کراندار است}\} \in \Pi_2$

۳) $\{x \in \mathbb{N} \mid \bar{W}_x \text{ متناهی است}\} \in \Sigma_3$

۴) $\{x \in \mathbb{N} \mid W_x = \mathbb{N}\} \in \Pi_2$

۴۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱) عدد طبیعی مانند n چنان موجود است که $n \in K$ و $K = W_n$

۲) رابطهٔ $G - r.e.$ بودن (اراکل –r.e. بودن) تراگذری است.

۳) K یک مجموعه $\bar{K} - r.e.$ نیست.

۴) K یک مجموعه K-r.e. نیست.

۴۵- فرض کنید.

$$A = \{i + 1 \mid i \in \mathbb{N} \quad \varphi_i(1393) = 2015\}$$
$$B = \{n^2 + n \mid n \in \mathbb{N} \quad \varphi_n(n) \uparrow\}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) A بازگشتی نیست ولی B یک مجموعه r.e. است.

۲) A بازگشتی است ولی B چنین نیست.

۳) A بازگشتی نیست و B یک مجموعه r.e. نیست.

۴) A بازگشتی نیست ولی B چنین است.