@RayanAzmoon

371F

371

F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح پنج‌شنبه
۹۳/۱۱/۱۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل ــ سال ۱۳۹۴

مجموعه علوم کامپیوتر ــ کد ۱۲۰۹

توجه: داوطلبان گرایش علوم کامپیوتر باید به سؤال‌های ۱ تا ۱۳۵ پاسخ دهند.

داوطلبان گرایش علوم تصمیم و مهندسی دانش به سؤال‌های ۳۰ـ۱ و ۱۳۶ تا ۲۴۰ پاسخ دهند.

تعداد سؤال: ۲۴۰ — مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

گرایش	ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
مشترک	۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
مختص داوطلبان علوم کامپیوتر	۲	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۳۱	۷۵
	۳	دروس تخصصی (مبانی ترکیبات، ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی منطق و نظریهٔ مجموعه‌ها)	۶۰	۷۶	۱۳۵
مختص داوطلبان علوم تصمیم و مهندسی دانش	۴	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامپیوتر، ریاضیات گسسته)	۴۵	۱۳۶	۱۸۰
	۵	دروس تخصصی (ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظری محاسبه، تحقیق در عملیات (۱))	۶۰	۱۸۱	۲۴۰

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

بهمن ماه ــ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

زبان عمومی و تخصصی:

PART A: Vocabulary

Directions: *Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark your answer sheet.*

1- Before you ---------- to the next question, you should take some time to make sure you're happy with your answers so far.
1) prescribe 2) precede 3) proceed 4) preface

2- My first day of babysitting was an absolute ----------; the kids spilled food all over the kitchen and they wouldn't listen to anything I had to say.
1) invasion 2) enigma 3) condemnation 4) fiasco

3- We were very unhappy with the ---------- way the moving company tossed our boxes into our new house.
1) haphazard 2) impatient 3) initial 4) neutral

4- The author used ---------- when he said the dog was "as big as a house."
1) shortsightedness 2) hyperbole 3) precision 4) pretension

5- I never thought you would get so upset about such a ---------- matter.
1) contradictory 2) consistent 3) colloquial 4) trivial

6- The police wondered about the man's ---------- for committing the crime.
1) inhibition 2) motive 3) impact 4) inspiration

7- While most club members have agreed with the decision, I expect Ricky to ---------- forcibly.
1) dissent 2) vanish 3) avoid 4) abate

8- "It is my firm ----------," said the candidate, "that family farms must receive government help."
1) speculation 2) safeguard 3) conviction 4) deprivation

9- You'll have a better chance of finding that unusual word if you look it up in a/an ---------- dictionary.
1) skilled 2) publicized 3) cultured 4) unabridged

10- Because the hikers planned to reunite at 4:00 P.M., they paused to ---------- their watches.
1) illuminate 2) reinforce 3) synchronize 4) chronicle

PART B: Cloze Passage

Directions: *Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark your answer sheet.*

Herbicides, also commonly known as weed killers, are pesticides used to kill unwanted plants. Selective herbicides kill specific targets, (11) ---------- the desired crop relatively unharmed. Some of these act by interfering with (12) ---------- and are often synthetic mimics of natural plant hormones. Herbicides used to clear waste ground, industrial sites, railways and railway embankments are not selective (13) ---------- all plant material with which they come into contact. Smaller quantities are used in forestry, pasture systems, and management of areas (14) ---------- as wildlife habitat.

Some plants produce natural herbicides, (15) ---------- the genus Juglans (walnuts), or the tree of heaven; such action of natural herbicides, and other related chemical interactions, is called allelopathy.

11- 1) they leave 2) when left with 3) while leaving 4) by leaving

12- 1) the weed of growth 2) the growth of the weed
3) the weed in growing 4) the growing of weed

13- 1) and kill 2) killer of 3) to kill 4) which kill
14- 1) where set aside 2) in which they are set aside
3) that set aside 4) set aside
15- 1) either 2) such as 3) or 4) includes

PART C: Reading Comprehension

***Directions:** Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4) and then mark the correct choice on your answer sheet.*

PASSAGE 1:

Suppose that a task can be done in n_1 or in n_2 ways? But that some of the set of n_1 ways to do the task are the same as some of the n_2 other ways to do the task. In this situation, we cannot use the sum rule to count the number of ways to do the task. Adding the number of ways to do the tasks in these two ways leads to an overcount, because the ways to do the task in the ways that are common are counted twice. To correctly count the number of ways to do the two tasks, we add the number of ways to do it in one way and the number of ways to do it in the other way, and then subtract the number of ways to do the task in a way that is both among the set of no ways and the set of n_2 ways. This technique is called the principle of inclusion-exclusion. Sometimes, it is also called the subtraction principle for counting. Also, this principle will be used to count the permutations of n objects that leave no objects in their original positions. Consider Example 1 below.

The Hatcheck Problem. A new employee checks the hats of n people at a restaurant, forgetting to put claim check numbers on the hats. When customers return for their hats, the checker gives them back hats chosen at random from the remaining hats. What is the probability that no one receives the correct hat?

A derangement is a permutation of objects that leaves no object in its original position. Let D_n denote the number of derangements of n objects. Note that

$$D_n = n!\left(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\cdots+(-1)^n\frac{1}{n!}\right).$$

16- Let us assume a task can be done either in one of n_1 ways or in one of n_2 ways. Then we can use the ---------- to count the number of ways to do the task.
1) sum rule 2) product rule
3) subtraction principle 4) sum rule subtraction principle

17- A derangement is (a) ----------.
1) permutation with repetition 2) permutation
3) combination 4) combination with repetition

18- The number of derangements of a set of n objects can be proved by the ----------.
1) subtraction principle
2) pigeonhole principle
3) generalized pigeonhole principle
4) generalized inclusion-exclusion principle

19- The number of derangements of the set {1,2,3} is ----------.
1) 4 2) 3 3) 2 4) 1

@RayanAzmoon

20- The solution of problem in Example 1 is ----------.

1) 0 2) D_n 3) $\frac{D_n}{n!}$ 4) $\frac{D_n}{n}$

PASSAGE 2:

Pixel positions in the frame buffer are organized as a two-dimensional array of intensity values corresponding to coordinate screen positions. The number of pixel positions in the raster is called the resolution of the display processor (or resolution of the frame buffer). Good-quality raster systems have a resolution of about 1024 by 1024, although higher-resolution systems are available. Since the resolution of a CRT monitor depends on the size of the phosphor dot that can be produced, a graphics system may have two resolutions one for the monitor used with the system and one for the frame buffer. To generate the best-quality pictures, the resolution for the video monitor should be equal to or higher than the resolution of the frame buffer.

Graphics commands are translated by the scan-conversion process into intensity values for storage in the frame buffer. In a simple black-and-white system, each screen point is either on or off, so only one bit per pixel is needed to control the intensity of screen positions. A bit value of 1, for example, would mean that the electron beam is to be off. Additional bits are needed when color and intensity variations can be displayed. Up to 24 or more bits per pixel are included in high quality systems, although storage requirements for the frame buffer then get quite high. A system employing 24 bits per pixel with a screen resolution of 1024 by 1024 would require a frame buffer with 3 megabytes of storage.

21- Resolution of frame buffer should be ---------- resolution for the video monitor.

1) higher than or equal to 2) higher than
3) exactly the same as 4) less than or equal to

22- Resolution of the frame buffer ----------.

1) demands 3 megabytes of storage
2) is the number of pixel positions in the raster
3) plays a major role in design of a frame
4) does not have any impact on the quality of picture

23- A resolution of 1024 by 1024 ----------.

1) is too costly for picture presentation
2) demands 3 megabytes of storage
3) is not good for colored pictures
4) is good enough for showing good quality pictures

24- The number of bits per pixel ----------.

1) has a direct effect on the storage requirements
2) is unnecessarily big for practical purposes
3) can be as large as 1024
4) is always 1

25- 3 megabytes of storage would be required ----------.

1) if black and white pictures are to be shown
2) for a 1024 by 1024 resolution with 24 bits per pixel
3) to say the least
4) for CRT monitors

PASSAGE 3:

It is necessary here to make a distinction between virtual circuit or datagram *operation* at the network layer and virtual circuit or datagram *service*. The discussion above concerned the *operation* of the network layer; the user of the network layer (usually the transport layer) is concerned only with the *service* offered. Since successive packets of a session, using datagram operation, might travel on different routes, they might appear at the destination out of order. Thus (assuming that the network layer module at the destination does not reorder the packets), the service offered by such a network layer allows packets to get out of order. Typically, with datagram operation, packets are sometimes dropped also. As a result, datagram *service* is usually taken to mean that the network layer can deliver packets out of order, can occasionally fail to deliver packets, and requires no connection phase at the initiation of a session. Conversely, virtual circuit *service* is taken to mean that all packets are delivered once, only once, and in order, but that a connection phase is required on session initiation. We will often use the term *connectionless service* in place of *datagram service* and *connection–oriented service* in place of *virtual circuit service*. We shall see that the difference between connectionless and connection-oriented service has as much to do with quality of service, flow control, and error recovery as it does with routing.

26- The service being offered ----------.

1) is excellent
2) concerns the transport layer
3) is inappropriate for the transport layer
4) is not adequate for practical purposes

27- Packets get out of order due to ----------.

1) a bad service
2) unnecessary precautions
3) their travelling on different routes
4) their travelling on the same route

28- Packets may not be delivered because ----------.

1) of datagram operation
2) the service is bad
3) of unnecessary precautions
4) the destination is obscure

29- A connection phase is needed at the initiation of a session ----------.

1) in a virtual circuit service
2) in a data transferring program
3) in any service
4) for data processing

30- Routing plays a key role in ----------.

1) any data transformation
2) supporting packet delivery
3) differentiating datagram service and virtual circuit service
4) the connection phase of a service

دروس پایه:

ریاضیات عمومی

۳۱- برای دو عدد حقیقی a و b با شرط $0 < a < b$، حد دنبالهٔ $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ با ضابطه زیر کدام است؟

$$x_1 = a$$
$$x_2 = b$$
$$x_n = \frac{x_{n-1} + x_{n-2}}{2} \qquad (n \geq 3)$$

۱) b

۲) $\frac{1}{3}(a+2b)$

۳) $\frac{1}{2}(a+b)$

۴) $\frac{1}{8}(3a+5b)$

۳۲- مشتق تابع $F(x) = \int_0^{\sin x} \frac{dt}{2+t^5}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) 0

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $-\frac{1}{3}$

۳۳- مقدار $\iint_D xy(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}} dxdy$ که در آن $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{14}$

۲) $\frac{1}{12}$

۳) $\frac{1}{7}$

۴) $\frac{1}{6}$

@RayanAzmoon

۳۴- برد تابع $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

۱) $(0, e^e]$

۲) $(0, 1]$

۳) $(0, e^{-1}]$

۴) $(0, e^{e^{-1}}]$

۳۵- مساحت رویه حاصل از دوران منحنی $x = \frac{1}{8}(t - \sin t)$ و $y = \frac{1}{8}(1 - \cos t)$ ، $0 \le t \le 2\pi$ ، حول محور x کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) 2π

۴) $\frac{5\pi}{3}$

۳۶- سیالی در درون یک مخزن استوانه‌ای به شعاع ۲ درحال چرخش است، به‌طوری‌که حرکتش توسط میدان سرعتی $\vec{F}(x,y,z) = -y\sqrt{x^2+y^2}\ \vec{i} + x\sqrt{x^2+y^2}\ \vec{j}$ صورت می‌گیرد. اگر S سطح فوقانی و N بردار قائم یکه‌رو به خارج مخزن استوانه‌ای باشد، مقدار انتگرال $\iint_S (\text{curl}\,\vec{F}).\vec{N}ds$ کدام است؟

۱) 6π

۲) 4π

۳) 10π

۴) 16π

۳۷- ماکسیمم مقدار مشتق جهتی تابع $\phi(x,y,z) = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ در نقطه $(1,1,-1)$ کدام است؟

۱) ۲۱

۲) $2\sqrt{21}$

۳) $\sqrt{21}$

۴) $3\sqrt{21}$

۳۸- حجم جسم حاصل از دوران ناحیهٔ محدود به منحنی $y = x^2$ و خط $y = 1$ حول خط $y = 2$ کدام است؟

۱) $\frac{2\pi}{5}$

۲) $\frac{38\pi}{5}$

۳) $\frac{56\pi}{15}$

۴) $\frac{2\pi}{3}$

۳۹- انتگرال $\int_{1}^{e}\int_{0}^{\ln x} f(x,y)dydx$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $\int_{0}^{1}\int_{e^y}^{e} f(x,y)dxdy$

۲) $\int_{0}^{1}\int_{e}^{e^y} f(x,y)dxdy$

۳) $\int_{0}^{1}\int_{0}^{e^y} f(x,y)dxdy$

۴) $\int_{0}^{1}\int_{1}^{e^y} f(x,y)dxdy$

مبانی علوم ریاضی

۴۰- فرض کنید $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ یک تابع خود توان باشد (یعنی برای هر $n\in\mathbb{N}$ ، $f(f(n))=n$). در این صورت f یک رابطه:

۱) بازتابی است.

۲) پاد متقارن است.

۳) متقارن است.

۴) متعدی (تراگذری) است.

۴۱- نقیض گزارهٔ زیر کدام است؟

تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ در نقطهٔ $a\in\mathbb{R}$ پیوسته است.

۱) $\forall\varepsilon\exists\delta\exists x(|x-a|\geq\delta \;\&\; |f(x)-f(a)|\geq\varepsilon)$

۲) $\exists\varepsilon\forall\delta\exists x(|x-a|<\delta \;\&\; |f(x)-f(a)|\geq\varepsilon)$

۳) $\exists\varepsilon\forall\delta\exists x(|x-a|\geq\delta \;\&\; |f(x)-f(a)|\geq\varepsilon)$

۴) $\exists\varepsilon\exists x\forall\delta(|x-a|<\delta\Rightarrow|f(x)-f(a)|\geq\varepsilon)$

۴۲- فرض کنیم $n\in\mathbb{N}$ و $I_n=\{x:\text{عدد صحیح نامنفی و مضربی از } n \text{ است}\}$ و P مجموعهٔ اعداد اول باشد. در این صورت $\bigcup_{n\in P} I_n$ برابر است با:

۱) $\mathbb{N}-\{1\}$

۲) $\mathbb{N}\cup\{0\}$

۳) $(\mathbb{N}-\{1\})\cup\{0\}$

۴) $\mathbb{N}\cup\{0\}-P$

۴۳- گزاره زیر را در نظر بگیرید که در آن a و b و c اضلاع مثلث T هستند.

شرط کافی برای اینکه مثلث T قائم الزاویه باشد این است که $a^2+b^2=c^2$.

کدام گزینه معادل با گزاره فوق است؟

۱) اگر T مثلث قائم‌الزاویه باشد آنگاه $a^2+b^2=c^2$

۲) اگر $a^2+b^2\neq c^2$ آنگاه T یک مثلث قائم‌الزاویه نیست.

۳) T مثلث قائم‌الزاویه است و $a^2+b^2=c^2$.

۴) اگر $a^2+b^2=c^2$ آنگاه T یک مثلث قائم‌الزاویه است.

۴۴- هرگاه x، y و z اعداد اصلی باشند و z ترامتناهی (transfinite) باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $x = y$ آنگاه $(x+y)^z = y^z$.

۲) اگر $x < y$ و y ترامتناهی باشد آنگاه $(x+y)^z = y^z$.

۳) اگر $x^z = y^z$ آنگاه $x = y$.

۴) اگر $xz = yz$ آنگاه $x = y$.

۴۵- اگر R یک رابطهٔ دوتایی روی مجموعه X باشد آنگاه $R \cap R^{-1}$:

۱) کوچکترین رابطهٔ متقارن مشمول در R است.

۲) کوچکترین رابطهٔ متقارن شامل R است.

۳) بزرگترین رابطهٔ متقارن شامل R است.

۴) بزرگترین رابطهٔ متقارن مشمول در R است.

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی

۴۶- فرض کنید A یک ماتریس مربعی حقیقی باشد به طوری که $A^2 \neq 0$ و $A^3 = 0$ و $(I+2A)^{-1} = I + \alpha A + \beta A^2$ مقادیر α و β کدام هستند؟

۱) $\alpha = -2, \beta = 4$

۲) $\alpha = 2, \beta = -4$

۳) $\alpha = -2, \beta = -4$

۴) $\alpha = 2, \beta = 4$

۴۷- فرض کنید T یک عملگر خطی روی فضای چند جمله‌ای‌های از درجه حداکثر ۲ است که با ضابطهٔ زیر تعریف شده است: $T\big(f(x)\big) = f(x) + (x+1)f'(x)$ مقادیر ویژه T کدامند؟

۱) $-1, 2, -3$

۲) $1, 2, -1$

۳) $1, 2, 3$

۴) $1, 2, 5$

۴۸- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. در این صورت بعد زیر فضای $W = \{B \in M_2(\mathbb{R}) \mid AB = BA\}$ برابراست با:

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

@RayanAzmoon

۴۹- فرض کنید A یک ماتریس ۲×۲ بر روی یک میدان است. اگر $\det(I+A)=۵+\det A$ ، آنگاه $\mathrm{tr}(I+A)$ برابر است با:

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

۵۰- فرض کنید $A\in M_۵(\mathbb{R})$ و $\{\alpha_۱,\alpha_۲,\alpha_۳\}$ مجموعه‌ای از بردارهای متعامد و یکه در $\mathbb{R}^۵$ باشد که برای $۱\le i\le ۳$ داریم $A\alpha_i=i\alpha_i$. در این صورت برای هر $X\in<\alpha_۱,\alpha_۲,\alpha_۳>$ داریم:

۱) $۱\le\frac{X^tAX}{X^tX}\le ۳$

۲) $۰\le\frac{X^tAX}{X^tX}\le ۱$

۳) $۳<\frac{X^tAX}{X^tX}\le ۴$

۴) $۴<\frac{X^tAX}{X^tX}\le ۵$

۵۱- فرض کنید T یک تبدیل خطی روی $\mathbb{R}^۳$ بوده که مضرب همانی نباشد که دو زیر فضای متمایز ۲ بعدی از $\mathbb{R}^۳$ را پایا نگه می‌دارد. در این‌صورت تعداد مقادیر ویژه حقیقی T برابر است با:

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

مبانی آنالیز ریاضی

۵۲- فرض کنید A و B دو زیر مجموعه کراندار ناتهی از R باشند. در این‌صورت کدام گزاره معادل $\inf A\le\inf B$ است؟

۱) به ازای هر $b\in B$ عضوی مانند $a\in A$ هست که $a\le b$.

۲) عضوی مانند $a\in A$ هست که به ازای هر $b\in B$ داریم $a\le b$.

۳) به ازای هر $\varepsilon>۰$ دو عضو $a\in A$ و $b\in B$ هست که $a<b+\varepsilon$.

۴) به ازای هر $b\in B$ و هر $\varepsilon>۰$ عضوی مانند $a\in A$ هست که $a<b+\varepsilon$.

۵۳- فرض کنیم $a_n = (1+\frac{(-1)^n}{n})^{n^2}$. مقدار $\limsup\sqrt[n]{a_n} + \liminf\sqrt[n]{a_n}$ کدام است؟

۱) $\sinh(1)$

۲) $2\cosh(1)$

۳) $2\sinh(1)$

۴) $\cosh(1)$

۵۴- مجموعه $E = \left\{\frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{5}} : n = 1,2,...\right\} \cup \{x \in R : 1 \le |x| \le 4\}$ در R ....

۱) فشرده است.

۲) همبند است.

۳) بسته است ولی فشرده نیست.

۴) کراندار است ولی فشرده نیست.

۵۵- فرض کنیم $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی مثبت باشد. برای $n \ge 2$ قرار دهید، $a_n = x_n - x_{n-1}$ و $b_n = \frac{x_n}{x_{n-1}}$. کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $\{b_n\}$ کوشی باشد، آنگاه $\{x_n\}$ کوشی است.

۲) اگر $\{b_n\}$ همگرا باشد، آنگاه $\{x_n\}$ همگرا است.

۳) اگر $\{x_n\}$ کوشی باشد، آنگاه $\{a_n\}$ همگرا است.

۴) اگر $\{a_n\}$ همگرا باشد، آنگاه $\{x_n\}$ همگرا است.

۵۶- فرض کنیم $\{f$ پیوسته است و $f^2 = f : Q \to R\} = A$. کدام گزینه درست است؟

۱) A ناشمار است.

۲) A شمارای نامتناهی است.

۳) A دقیقاً دو عضو دارد.

۴) A متناهی است و بیش از دو عضو دارد.

۵۷- کدام تابع بر $[2, +\infty)$ پیوسته یکنواخت نیست؟

۱) $f(x) = e^x$

۲) $f(x) = \sin x$

۳) $f(x) = \sqrt{x-2}$

۴) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

۵۸- **فرض کنید f تابعی دو بار مشتق‌پذیر بر $[-1,1]$ باشد به قسمی که $f(0)=0$ و $f(1)=-f(-1)$. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟**

۱) f' حداقل یک ریشه در $(-1,1)$ دارد.

۲) f' حداکثر یک ریشه در $(-1,1)$ دارد.

۳) f'' حداکثر یک ریشه در $(-1,1)$ دارد.

۴) f'' حداقل یک ریشه در $(-1,1)$ دارد.

۵۹- **کدام گزینه نادرست است؟**

۱) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2$ و $\sum_{n=1}^{\infty} y_n^2$ همگرا باشد، آنگاه $\sum_{n=1}^{\infty} x_n y_n$ نیز همگراست.

۲) در یک سری همگرای مشروط، سری متشکل از جملات منفی می‌تواند همگرا باشد.

۳) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ یک سری همگرا با جملات مثبت باشد، آنگاه سری $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{x_n x_{n+1}}$ نیز همگراست.

۴) اگر دنباله $\{y_n\}$صعودی و کراندار و $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ همگرا باشد، آنگاه سری $\sum_{n=1}^{\infty} x_n y_n$ همگراست.

۶۰- **کدام گزینه درست است؟**

۱) یک تابع پیوسته و پوشا مانند $F:[0,1]\to R$ وجود دارد.

۲) یک تابع پیوسته و پوشا مانند $F:[0,1]\to\{0,1\}$ وجود دارد.

۳) یک تابع پیوسته و پوشا مانند $F:[0,1]\to(0,1)$ وجود دارد.

۴) یک تابع پیوسته و پوشا مانند $F:[0,1]\to(0,1)$ وجود دارد.

۶۱- **فرض کنیم E زیر مجموعه همبند R^2 با حداقل دو عضو باشد. در این صورت:**

۱) E° همبند است

۲) $(\overline{E})^\circ = E^\circ$

۳) $E \subseteq E'$

۴) $\overline{E^\circ} = \overline{E}$

۶۲- **فرض کنیم A زیر مجموعه R باشد. تحت کدام شرط روی A، هر تابع پیوسته یکنواخت $f:A\to R$ دارای توسیع پیوسته یکتا از R به R است؟**

۱) A در R چگال است.

۲) A بسته است.

۳) A باز است.

۴) A فشرده است.

۶۳- کدام گزینه درست است؟

۱) زیر مجموعهٔ A از R فشرده است اگر و تنها اگر هر دنباله کوشی در آن همگرا باشد.

۲) اشتراک هر خانواده از زیر مجموعه‌های همبند R، همبند است.

۳) تابع $f : R \to R$ پیوسته است اگر و تنها اگر به ازای هر زیر مجموعهٔ A از R، $f(A^\circ) \subseteq f(A)^\circ$

۴) تابع $f : R \to R$ پیوسته است اگر و تنها اگر به ازای هر زیر مجموعهٔ A از R، $f(A') \subseteq f(A)'$

مبانی آنالیز عددی

۶۴- دستگاه ممیز شناور نرمال شده‌ای مد نظر است که در آن هر عدد حقیقی x به صورت $\pm(0/d_1d_2)_2 \times 2^{\pm d_3d_4}$ با $d_1 = 1$، $d_i = 0$ یا 1، $i = 2,3,4$. فرض کنید که برای نمایش اعداد حقیقی ارقام غیر قابل نمایش گرد می‌شوند. اگر عدد حقیقی x در ناحیه سرریز (overflow) قرار داشته باشد، آن گاه x برابر کدام است؟

۱) ۴/۵

۲) ۵/۵

۳) ۶

۴) ۷

۶۵- فرض کنید $\bar{X}$ جواب محاسبه شده با روش حذفی گوس و محورگزینی سطری برای یک دستگاه معادلات خطی $AX = b$ در رابطه زیر صدق کند: $\frac{\|X - \bar{X}\|}{\|X\|} \le 10^{1+t} u$, $t > 0$ که در آن X جواب دقیق دستگاه و $u = 10^{1-p}$ روند عدد یک در ماشین محاسبه به کار رفته است. در این صورت، تعداد ارقام قابل اعتماد در $\bar{X}$ تقریباً برابر کدام است؟

۱) $p - t - 1$

۲) $t - p + 1$

۳) t

۴) p

۶۶- مسأله کمترین مربعات $\|\lambda u - v\|_2$ را در نظر بگیرید که در آن، $u, v \in R^n$ و λ مجهول است. جواب مسأله $\min \|\lambda u - v\|_2$ برابر کدام است؟

۱) $v^T v / u^T v$

۲) $u^T u / v^T v$

۳) $u^T u / u^T v$

۴) $v^T v / u^T u$

۶۷- می‌خواهیم مسأله $\min_x(\sin x \cos x - 1)$ را با روش نیوتن حل کنیم. در این صورت، رابطه تکراری به دست آمده کدام است؟

۱) $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}\cot(2x_n)$

۲) $x_{n+1} = x_n - 2\tan(2x_n)$

۳) $x_{n+1} = x_n - 2\cot(2x_n)$

۴) $x_{n+1} = x_n - \frac{1}{2}\tan(2x_n)$

۶۸- مقدار $\frac{dy(x)}{dx}$ در $x = 0/2$ با استفاده از روش اویلر برای معادله دیفرانسیل به صورت $\frac{d^2y(x)}{dx} = xy + \frac{y}{x+1}$ با $y(0) = 0$ ، $y'(0) = 1$ و $h = 0/1$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۱/۰۲

۴) ۱/۰۱

۶۹- برای محاسبه $f'(x_0)$ از فرمول تقریبی $f'(x_0) \simeq \frac{-3f(x_0) + 4f(x_0 + h) - f(x_0 + 2h)}{2h}$ استفاده می‌کنیم. خطای برشی این فرمول برابر کدام است؟

۱) $-\frac{h^2}{3}f^{(3)}(x)$

۲) $\frac{h^2}{3}f^{(3)}(x)$

۳) $\frac{h^2}{6}f^{(3)}(x)$

۴) $-\frac{h^2}{6}f^{(3)}(x)$

@RayanAzmoon

مبانی احتمال

۷۰- میانگین توافقی (هارمونیک) N عدد حقیقی برابر $\frac{۱}{N}$ است. میانگین توافقی یک زیر مجموعه سره از این اعداد برابر $\frac{۱}{M}$ است. میانگین توافقی N-M عدد حقیقی باقیمانده کدام است؟

۱) $\frac{۱}{N-M}$

۲) $\frac{۱}{N+M}$

۳) $\frac{۱}{N^۲-M^۲}$

۴) $\frac{۱}{N^۲+M^۲}$

۷۱- فاصله بین دو شهر A و B ۱۰۰ کیلومتر است و ۷ شرکت مسافربری بین این دو شهر وجود دارد. تعداد اتوبوس‌های هر شرکت و فواصل شرکت‌ها از شهر A به صورت زیر است:

فواصل شرکت‌ها از شهر A	۰–۲۰	۲۰–۴۰	۴۰–۵۰	۵۰–۸۰	۸۰–۱۰۰
تعداد اتوبوس	۵۰	۱۰۰	۲۰	۴۰	۱۲۰

اگر یک پمپ بنزین بخواهیم در این جاده احداث کنیم فاصله آن تا شهر A چقدر باشد تا جمع کل مسافت‌های پیموده شده برای سوخت‌گیری توسط اتوبوس‌ها حداقل شود.

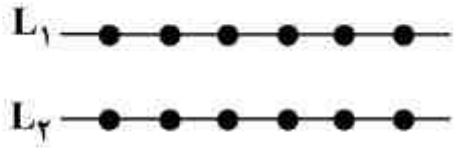
۱) ۴۵

۲) ۴۷/۵

۳) ۵۰

۴) ۵۷/۵

۷۲- در شکل زیر با نقاط داده شده روی دو خط $L_۱$ و $L_۲$ چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که یک راس روی یک خط و دو رأس دیگر روی خط دیگر باشند؟



۱) ۳۶۰

۲) ۲۲۰

۳) ۱۸۰

۴) ۹۰

۷۳- فرض کنید $M=\{(x,y): x,y=۰,۱,..,۴\}$ اگر P، نقطهٔ (j,k) در M باشد و مجاز به رفتن از P به نقطه‌ی Q باشیم که مختصات آن $(j+۱,k)$ یا $(j,k+۱)$ باشد، به چند طریق می‌توان از نقطه $(۰,۰)$ در M به نقطه $(۴,۴)$ در M رسید؟

۱) ۱۶

۲) ۲۶

۳) ۷۰

۴) ۲۵۶

۷۴- یک سکه را که شانس شیر آمدنش برابر p است ۴ بار پرتاب می‌کنیم. اگر Q نمایانگر احتمال مشاهده زوج شیر در ۴ پرتاب باشد. گزینه صحیح کدام است؟

۱) دقیقاً یک جواب برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۲) دقیقاً دو جواب برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۳) دقیقاً سه جواب برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۴) هیچ جوابی برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۷۵- در یک انتخاب بین نامزدهای A و B، ۵۵ درصد از رای دهندگان زن هستند که ۶۰ درصد آن‌ها به A رای می‌دهند. فقط ۶۲ درصد از مردان به B رای می‌دهند. چند درصد از رای دهندگان به A رای می‌دهند؟

۱) ۶۳/۵ درصد

۲) ۶۰/۹ درصد

۳) ۵۲/۵ درصد

۴) ۵۰/۱ درصد

دروس تخصصی:

مبانی ترکیبات

۷۶- حداکثر تعداد درخت‌های فراگیر در گراف $K_{۲۱}$ که هیچ دو درختی یال مشترک نداشته باشند، چند تاست؟

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

۷۷- فرض کنید G یک گراف دو بخشی باشد که متمم (مکمل) آن هم دو بخشی است. کدام گزینه همواره درباره G درست است؟

۱) G حداکثر ۴ راس دارد.

۲) G مسیر یا دوری به طول زوج است.

۳) G گراف کامل دو بخشی است.

۴) G دارای n راس و حداکثر $n-1$ یال است.

۷۸- کدام‌یک از دنباله‌های زیر می‌تواند دنبالهٔ درجات یک گراف دو بخشی باشد؟

۱) (۵,۵,۴,۳,۳,۲,۱,۱,۱)

۲) (۶,۶,۴,۴,۴,۴,۴,۴,۲,۲,۲)

۳) (۵,۵,۵,۵,۵,۵,۴,۴,۴)

۴) (۴,۴,۴,۴,۴,۳,۳,۲,۲)

۷۹- مقدار ثابت در بسط چند جمله‌ای $(e^x - 1)^4$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2!}$

۲) ۰

۳) ۱

۴) -1

۸۰- یک مهره در صفحه شطرنج ۸×۴ در هر گام ۱ خانه به سمت راست یا ۱ خانه به سمت بالا می‌رود. تعداد راه‌های رسیدن از خانه سمت چپ پایین به خانه سمت راست بالا به طوری که هیچ دو گام متوالی روبه بالا طی نشوند، چند تاست؟

۱) ۵۶

۲) ۷۰

۳) ۱۲۶

۴) ۳۶۰

۸۱- تعداد راه‌های توزیع ۱۱ توپ یکسان در ۳ جعبه یکسان به طوری که در هر جعبه حداقل ۲ توپ قرار گیرد، چندتاست؟

۱) ۴۵

۲) ۲۱

۳) ۱۵

۴) ۵

۸۲- مجموعه‌های $S=\{۱,...,۲۰\}, A=\{۱,...,۹\}$ را در نظر بگیرید. تعداد زیر مجموعه‌های S که شامل تعداد فردی از اعضای A هستند، چندتاست؟

۱) $۲^{۱۸}$

۲) $۲^{۱۹}$

۳) $۲^{۱۱}$

۴) $۲^{۹}$

۸۳- می‌دانیم دنباله‌های $\{u_n\}_{n\geq ۰}$ و $\{v_n\}_{n\geq ۰}$ به ازای $n>۰$ در رابطه‌های بازگشتی $\begin{cases} ۲u_n = ۹v_{n-۱} + ۱۱u_{n-۱} + ۱ \\ ۲v_n = ۹u_{n-۱} + ۱۱v_{n-۱} - ۱ \end{cases}$ صدق می‌کنند. اگر $u_{۱۰} = ۱۰۰۰۰۶$ ، $v_۶ = ۶$، آنگاه مقدار $u_۵$ برابر کدام گزینه است؟

۱) ۰/۲

۲) ۴/۵

۳) ۶/۵

۴) ۳۰/۲

۸۴- چه تعداد دنبالهٔ متناهی به صورت $a_۱, a_۲, a_۳, a_۴, a_۵, a_۶$ از اعداد صحیح مثبت (نه الزاماً متمایز)، وجود دارد به طوری که $a_۱ = ۱, a_۶ = ۲۰۰۰$ و به ازای هر $۲ \leq n \leq ۶$، جملهٔ a_n بر $a_{n-۱}$ بخش‌پذیر است؟

۱) ۷۵

۲) ۲۳۷۵

۳) ۲۴۵۰

۴) ۳۶۵۰

۸۵- دنبالهٔ $\{x_n\}_{n\geq ۱}$ با شرط اولیهٔ $x_۱ = ۴$ و رابطه بازگشتی $x_n = ۴ - \frac{۳}{x_{n-۱}} (n \geq ۲)$ تعریف شده است. مقدار $x_{۱۰}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳^{۱۱}-۱}{۳^{۱۰}-۱}$

۲) $\frac{۴^{۱۱}-۱}{۴^{۱۰}-۱}$

۳) $\frac{۳^{۱۱}+۱}{۳^{۱۰}+۱}$

۴) $\frac{۴^{۱۱}+۱}{۴^{۱۰}+۱}$

۸۶- دو نهال چنار، دو نهال سرو و دو نهال سپیدار را به چند طریق می‌توان به نحو متقارن، گرداگرد یک میدان کاشت؟ (در اینجا، نهال‌های همنوع یکسان هستند و وضعیت نسبی نهال‌ها مورد نظر است.)

۱) ۱۲۰

۲) ۲۰

۳) ۱۶

۴) ۱۵

۸۷- دنبالهٔ درجات ۱,...,۱,۲,۲,۲,۲,۳ با تعداد دلخواه ۱ در نظر بگیرید. تعداد درخت‌های با این دنباله درجات چندتاست؟ (فقط درخت‌های غیر یکریخت را بشمارید.)

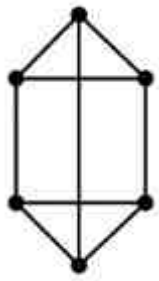
۱) ۳

۲) ۴

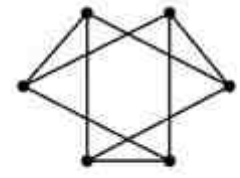
۳) ۵

۴) ۶

۸۸- کدام‌یک از گراف‌های زیر با گراف روبرو یکریخت نیست؟



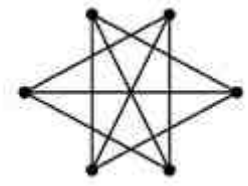
۱)



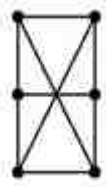
۲)



۳)



۴)



۸۹- می‌خواهیم تمام یال‌های گراف کامل ۶ رأسی K_6 را با تعدادی رنگ، رنگ‌آمیزی کنیم به طوری که هیچ مثلثی وجود نداشته باشد که همگی یال‌هایش همرنگ باشند، حداقل تعداد رنگی که برای اینکار لازم است برابر کدام‌یک است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۹۰- اگر $F(x)$ تابع مولد دنبالهٔ $f_n = \frac{1}{n!}$ باشد، تابع $G(x) = x\,F(x^2)$ تابع مولد کدام دنباله است؟

۱) $g_n = \frac{1}{(2n)!} - (-1)^n$

۲) $g_n = \frac{1}{(2n+1)!} - 1$

۳) $g_n = \frac{1-(-1)^n}{2\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor !}$

۴) $g_n = \frac{1}{(2n-1)!}$

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

۹۱- فرض کنید K_n یک گراف کامل و بدون جهت با n گره باشد که در آن n عددی زوج است. یال‌های گراف K_n را به چند درخت پوشا می‌توان افراز کرد؟

۱) $\frac{n-1}{2}$

۲) n^{n-2}

۳) $n-1$

۴) $\frac{n}{2}$

۹۲- درختی با n گره وجود دارد به طوری که درجهٔ گره‌های آن d_1، d_2، ...، d_n می‌باشند. کدام‌یک از موارد زیر حاصل $d_1 + d_2 + ... + d_n$ را نشان می‌دهد؟

۱) $2n-2$

۲) $2n-1$

۳) $n-2$

۴) $n-1$

۹۳- کدام گزینه در مورد درخت‌های دودویی صحیح می‌باشد؟ (تعداد کل گره‌ها بزرگتر یا مساوی یک فرض می‌شود.)

۱) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های تک فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

۲) همواره تعداد برگ‌ها و گره‌های تک فرزندی برای درخت‌های کامل، دو عدد متوالی می‌باشند.

۳) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های دو فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

۴) همواره تعداد گره‌های تک فرزندی و تعداد گره‌های دو فرزندی، دو عدد متوالی می‌باشند.

۹۴- فرض کنید T یک درخت پوشای کمینه از گراف G باشد، در رابطه با T همه‌ی موارد زیر صحیح‌اند بجز:

۱) T یکتا نیست.

۲) T شامل تمام گره‌های G می‌باشد.

۳) هر مسیر در T بین دو رأس s و t یک کوتاهترین مسیر در G نیست.

۴) برای هر جفت رأس s و t، کوتاهترین مسیر بین s و t در G همان مسیر بین s و t در T است.

۹۵- فرض کنید $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ مجموعه‌ای از اعداد صحیح و S حاصل جمع آن‌ها باشد. ($S = \sum_{i=1}^{n} x_i$). بهترین الگوریتم برای افراز این مجموعه به دو زیر مجموعه (در صورت وجود) به طوری که جمع عناصر دو زیر مجموعه مساوی باشند، دارای چه مرتبهٔ زمانی است؟

۱) $O(nS)$
۲) $O(n+S)$
۳) $O(n^2)$
۴) $O(n \log n)$

۹۶- متنی با چهار حرف a_1, a_2, a_3, a_4 و با احتمالات $P_1 \geq P_2 \geq P_3 \geq P_4$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $P_1 > P_2 = P_3 = P_4$ باشد. کوچکترین عددی مانند Q که $P_1 > Q$ نتیجه دهد $n_1 = 1$، کدام است؟ (n_1 طول کد هافمن برای a_1 است.)

۱) ۰/۲
۲) ۰/۳
۳) ۰/۴
۴) ۰/۵

۹۷- در یک صف حلقوی به طول n ، مقدار متغیری که ابتدای صف را نشان می‌دهد (f) چگونه به روز رسانی می‌شود؟

۱) $f = f + 1$
۲) $f = (f+1)\%n$
۳) $f = (f+1)\%(n-1)$
۴) $f = (f-1)\%n$

۹۸- آرایه A با n عنصر را m چرخشی گویند اگر با m چرخش داده‌های آن مرتب شده باشند. برای مثال آرایه $A = \{۳۵, ۴۲, ۵, ۱۵, ۲۷, ۲۹, ۳۰\}$ یک آرایه ۲ چرخشی است. بهترین الگوریتم برای یافتن ماکزیمم در این آرایه دارای چه مرتبه زمانی است؟

۱) $O(\log n)$
۲) $O(n+m)$
۳) $O(m \log n)$
۴) $O(n \log m)$

۹۹- در الگوریتم جستجوی سه تایی (تقریباً مشابه با جستجوی دودویی) آرایه مورد نظر به سه قسمت تقسیم می‌شود و داده مورد جستجو با این عناصر مقایسه می‌شود. کدام رابطه در هر مرحله نشان دهندهٔ عنصر m_1 ($\frac{1}{3}$) و عنصر m_2 ($\frac{2}{3}$) است، اگر حد پایین و بالای آرایه l و h باشد؟

۱) $m_1 = \frac{h+2l}{3}$ و $m_2 = \frac{h-2l}{3}$
۲) $m_1 = \frac{l+h}{3}$ و $m_2 = 2\frac{(l+h)}{3}$
۳) $m_1 = \frac{h+2l}{3}$ و $m_2 = \frac{2h+l}{3}$
۴) $m_1 = \frac{l+h}{3}$ و $m_1 = \frac{2(h-l)}{3}$

۱۰۰- تابع $M : Z^+ \to Z$ به صورت زیر تعریف می‌شود. کدام گزینه صحیح است؟

$$M(n)=\begin{cases} n-۱۰ & \text{if} \quad n>۱۰۰ \\ M(M(n+۱۱)) & \text{if} \quad n\le ۱۰۰ \end{cases}$$

۱) برای تمام $n \le ۱۰۰$ مقدار $M(n)$ برابر ۹۰ خواهد بود.
۲) برای حداقل نیمی از nهای کوچکتر از ۱۰۰ مقدار $M(n)$ برابر ۹۱ خواهد بود.
۳) برای نیمی از nهای کوچکتر از ۱۰۰ جواب ندارد.
۴) برای تمام $n \le ۱۰۱$ مقدار $M(n)$ برابر ۹۱ خواهد بود.

۱۰۱- برای مرتب‌سازی یک آرایه ۵ عنصری بر مبنای مقایسه، در بدترین حالت حداقل چند مقایسه نیاز داریم؟
۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۱۰۲- سه آرایه مرتب شده $A_۱, A_۲, A_۳$ با n عنصر از اعداد حقیقی متمایز داریم، می‌خواهیم از روی مجموعه $A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳$ یک درخت جستجوی دودویی متوازن بسازیم. بهترین الگوریتم دارای چه مرتبهٔ زمانی است؟
۱) $O(n^۲)$
۲) $O(n)$
۳) $O(n \log n)$
۴) $O(n^۲ \log n)$

۱۰۳- کدام عبارت صحیح است؟
۱) $O((\log n)!) < O(n) < O(\log n!)$
۲) $O(n) < O(\log n!) < O((\log n)!)$
۳) $O(\log n!) < O((\log n)!) < O(n)$
۴) $O(\log n!) < O(n) < O((\log n)!)$

۱۰۴- برای اینکه نشان دهیم مسئله A متعلق به خانواده مسائل NP-Complete است، یافتن یک مسئله NP-Complete مانند B و کاهش B به A ($B \le_p A$) . . . .
۱) شرط لازم و کافی است.
۲) شرط کافی است ولی لازم نیست.
۳) شرط لازم است ولی کافی نیست.
۴) نه شرط لازم و نه شرط کافی است.

۱۰۵- جواب رابطه بازگشتی زیر چیست؟

$$T(n)=۲T(\frac{n}{۲})+\frac{n}{\log n}$$

۱) $O(n)$
۲) $O(\log n)$
۳) $O(n \log n)$
۴) $O(n \log(\log n))$

در سؤال‌های ۱۰۶ الی ۱۲۰ λ نشان‌دهنده کلمه پوچ به طول صفر است.

۱۰۶- کدام گزینه صحیح است؟

۱) هر زبان منظم دارای یک اتوماتون غیرقطعی کمینه یکتا است.

۲) هیچ کلاسی از زبان‌ها بین کلاس زبانهای مستقل از متن (CFL) و کلاس زبان‌های منظم (Regular) وجود ندارد.

۳) هر زیرمجموعه از $\{0,1\}^*$ می‌تواند دارای یک اتوماتون قطعی احتمالاً نامتناهی باشد.

۴) زبان L وجود دارد که برای آن کلیه ماشین‌های تورینگ با زبان L حداقل ۱۳۹۴ حالت در اتوماتون خود دارند.

۱۰۷- زبان $L=\left\{yxzx^Ry^R \mid x,y,z\in\{0,1\}^+\right\}$،

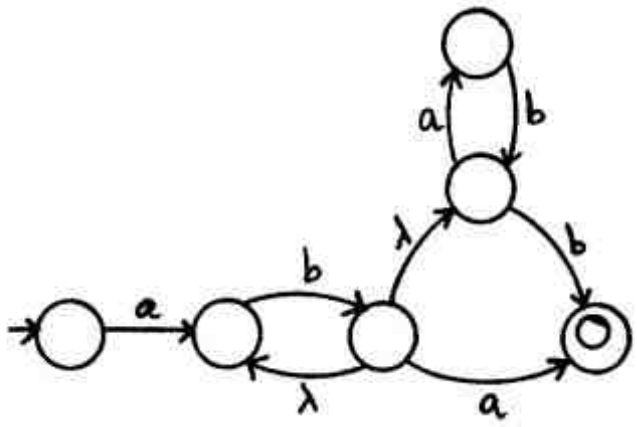
۱) یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) ندارد.

۲) حساس به متن (CS) نیست.

۳) مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۴) منظم است.

۱۰۸- اتوماتون غیر قطعی زیر معادل با کدام یک از عبارات منظم است؟



۱) $abb^*((a+b)^*b+b^*a)$

۲) $abb^*((ab)^*b+a)$

۳) $ab^*((ab)^*b+b^*a)$

۴) $ab^*((a+b)^*b+a)$

۱۰۹- از دو اتوماتون متناهی قطعی M_1 و M_2 یک ماشین الکترونیکی E به شکل زیر ساخته شده است. از حالت‌های پذیرش هر دو اتوماتون سیمی به یک لامپ وصل شده است که هرگاه یک اتوماتون در حالت پذیرش قرار می‌گیرد از این سیم جریان عبور می‌کند. لامپ تنها زمانی روشن می‌شود که از هر دو سیم مربوط به M_1 و M_2 جریان به آن برسد. ماشین E روی رشته ورودی x هر دو اتوماتون M_1 و M_2 را به صورت همزمان اجرا می‌کند و رشته x را می‌پذیرد هرگاه در طول محاسبه روی x لامپ هیچ‌گاه روشن نشود. زبان E کدام است؟

۱) $L(E)=\{x \mid \forall z\in \text{prefix}(x), z\in L(M_1)\cup L(M_2)\}$

۲) $L(E)=\{x \mid \forall z\in \text{prefix}(x), z\in L(M_1)\cap L(M_2)\}$

۳) $L(E)=\{x \mid \forall z\in \text{prefix}(x), z\notin L(M_1)\cap L(M_2)\}$

۴) $L(E)=\{x \mid \forall z\in \text{prefix}(x), z\notin L(M_1)\cup L(M_2)\}$

۱۱۰- **اگر $k>1$ عددی صحیح و ثابت باشد، زبان L بر روی الفبای Σ بدین ترتیب تعریف شده است که هر عضو آن دارای حداقل k حرف یکسان در انتهای خود باشد. حداقل تعداد حالات اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش L چند است؟**

۱) $k\times|\Sigma|$

۲) $k\times|\Sigma|+1$

۳) $k+|\Sigma|$

۴) $k+|\Sigma|+1$

۱۱۱- **فرض کنید $A\subseteq\{0,1\}^*$ یک زبان منظم و $S\subseteq\{0,1\}^*$ یک مجموعه دلخواه باشد. قرار دهید $L_{A,S}=\{x\mid(\exists y\in A)\quad xy\in S\}$. کدام گزینه دربارهٔ $L_{A,S}$ همواره صحیح است؟**

۱) منظم است.

۲) نه مستقل از متن است نه منظم

۳) مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی نیست.

۴) مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۱۱۲- **گرامر منظم G با k قاعده تولید مفروض است. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟**

۱) یک اتوماتون متناهی قطعی با حداکثر $k+1$ حالت وجود دارد که زبان آن با $L(G)$ برابر باشد.

۲) تعداد حالات هر اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش $L(G)$ حداقل k است.

۳) یک اتوماتون متناهی قطعی با کمتر از k حالت وجود دارد که زبان آن با $L(G)$ برابر است.

۴) هیچ ارتباطی بین تعداد حالت اتوماتون متناهی قطعی کمینه برای $L(G)$ و k وجود ندارد.

۱۱۳- **اگر در ماشین پشته‌ای (PDA) داده شده، برای هر ورودی هیچگاه نمادی از روی پشته حذف نشود، زبان پذیرش با حالات نهایی این ماشین، .....**

۱) مستقل از متن نیست.

۲) نامنظم است ولی مستقل از متن قطعی است.

۳) مستقل از متن قطعی نیست ولی مستقل از متن است.

۴) منظم است.

۱۱۴- **کدام یک از زبان‌های زیر توسط یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) قابل پذیرش است؟**

۱) زبان $L\subseteq\{a,b\}^*$ که هر عضو آن به صورت XX است.

۲) زبان $L\subseteq\{a,b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول فرد است.

۳) زبان $L\subseteq\{(,)\}^*$ که شامل پرانتزهای متوازن است.

۴) زبان $L\subseteq\{a,b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول زوج است.

۱۱۵- **کدام گزینه گرامر $<S\to aB\mid bA\mid\lambda>$ را برای زبان $L\subseteq\{a,b\}^*$ که هر عضو آن دارای تعداد برابری a و b است کامل می‌کند؟**

۱) $A\to SaS\ ,\ B\to SbS$

۲) $A\to aS\ ,\ B\to bS$

۳) $A\to aS|Sa\ ,\ B\to bS|Sb$

۴) $A\to aS|Sa|\lambda\ ,\ B\to bS|Sb|\lambda$

۱۱۶- زبان $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} - \{a\}^* \{b\}^* \{c\}^*$ را در نظر بگیرید، کدام عبارت صحیح است؟

۱) زبان مستقل از متن است ولی قابل شناسایی با یک ماشین تورینگ نیست.

۲) زبان قابل شناسایی با یک ماشین تورینگ است ولی مستقل از متن نیست.

۳) زبان منظم است.

۴) زبان مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۱۱۷- در مورد بررسی عضویت $x \neq \lambda$ در زبان مربوط به یک گرامر مستقل از متن G به شکل نرمال چامسکی، کدام گزینه صحیح است؟

۱) مسأله تعیین عضویت x در $L(G)$ در صورت نامبهم بودن G لزوماً در زمان چند جمله‌ای نسبت به طول x قابل حل نیست.

۲) اگر $x \in L(G)$ آنگاه با حداکثر $2|x|-1$ قاعده می‌توان x را تولید کرد.

۳) مسأله تعیین عضویت x در $L(G)$ در حالت کلی تصمیم‌پذیر نیست.

۴) اگر $x \in L(G)$ آنگاه در هر گرامر مستقل از متن برای $L(G)$ می‌توان با حداکثر $2|x|-1$ قاعده x را تولید کرد.

۱۱۸- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

۱) زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ وجود دارد که فقط می‌تواند زبان یک ماشین تورینگ یکتا باشد.

۲) زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ وجود دارد که زبان یک ماشین تورینگ غیرقطعی است ولی نمی‌تواند زبان هیچ ماشین تورینگ قطعی باشد.

۳) کلاس زبان‌هایی در $\{0,1\}^*$ که می‌توانند زبان یک ماشین تورینگ باشند نسبت به اجتماع بسته است.

۴) کلاس زبان‌هایی در $\{0,1\}^*$ که می‌توانند زبان یک ماشین تورینگ باشند نسبت به متمم‌گیری بسته است.

۱۱۹- همه گزینه‌های زیر در مورد زبان‌های قابل پذیرش توسط ماشین‌های تورینگ صحیح است، بجز:

۱) کلاس زبان‌های شمارش پذیر بازگشتی (r.e.) نسبت به اجتماع، اشتراک و متمم بسته است.

۲) کلاس زبان‌های بازگشتی (تصمیم‌پذیر) نسبت به اجتماع، اشتراک و متمم بسته است.

۳) کلاس زبان‌های بازگشتی (تصمیم‌پذیر) شامل کلاس زبان‌های مربوط به گرامرهای حساس به متن است.

۴) کلاس زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی (r.e.) هم ارز با کلاس زبان‌های مربوط به گرامرها (دلخواه) است.

۱۲۰- ماشین تورینگ غیر قطعی M که برای هر ورودی نهایتاً متوقف می‌شود با زبان L مفروض است. همه گزینه‌های زیر صحیح هستند بجز:

۱) اگر $x \notin L$ لزوماً ماشین در هر محاسبه پاسخ خیر (No) می‌دهد.

۲) لزوماً متمم L (زبان $\overline{L}$) دارای یک ماشین تورینگ قطعی است که برای هر ورودی متوقف می‌شود.

۳) لزوماً L دارای یک ماشین تورینگ قطعی است که برای هر ورودی متوقف می‌شود.

۴) اگر برای ورودی x ماشین پاسخ خیر (No) بدهد لزوماً $x \notin L$.

مبانی منطق و نظریهٔ مجموعه‌ها

۱۲۱- کدام گزینه هم ارز با $(p \leftrightarrow r)(q \leftrightarrow r)$ است؟

۱) $[(\neg p \vee r) \wedge (p \vee \neg r)] \vee \neg[(\neg q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)]$

۲) $\neg[(\neg p \vee r) \wedge (p \vee \neg r) \wedge [(\neg q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)]$

۳) $[(\neg p \vee r) \wedge (p \vee \neg r)] \vee [(\neg q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)]$

۴) $\neg[(\neg p \vee r) \wedge (p \vee \neg r) \vee [(\neg q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)]$

۱۲۲- یک گزاره را لیترال گوییم هرگاه اتمی یا نقیض اتمی باشد. در این صورت عطف فصل لیترال ها را صورت..... می‌نامیم.

۱) نرمال عطفی

۲) نرمال فصلی

۳) نرمال

۴) نرمال فصلی ـ عطفی

۱۲۳- رابطه منطقی «|» را طبق جدول زیر تعریف می‌کنیم: دراین صورت برای فرمول‌ها در گزاره‌ای φ و ψ ، فرمول $\varphi \mid \psi$ هم ارز منطقی با کدام است؟

p	q	p|q
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

۱) $\neg(\varphi \wedge \psi)$

۲) $\neg(\varphi \vee \psi)$

۳) $\neg\varphi \wedge \psi$

۴) $\varphi \wedge \neg\psi$

۱۲۴- کدام گزینه در منطق گزاره‌ها صحیح است؟

۱) φ یک توتولوژی است اگر و تنها اگر $\neg\varphi$ تناقض باشد.

۲) φ یک توتولوژی است اگر و تنها اگر $\neg\varphi$ ارضا ناشدنی باشد.

۳) φ ارضا شدنی است اگر و تنها اگر $\neg\varphi$ یک توتولوژی باشد.

۴) اگر $\psi \rightarrow \varphi$ و ψ توتولوژی باشند آن‌گاه φ نیز توتولوژی است.

۱۲۵- فرض کنید P، Q ، R و S فرمول هایی در منطق گزاره‌ها باشند، کدام گزینه غلط است؟

۱) اگر $P \rightarrow Q$ ، $R \vee (S \wedge \neg Q)$ و $\neg R$ درست باشند آنگاه P غلط است.

۲) اگر $Q \rightarrow (R \wedge S)$، درست و $Q \wedge S$ غلط باشد آنگاه $R \wedge Q$ غلط است.

۳) اگر $\neg P \rightarrow \neg Q$ ، $\neg(P \wedge \neg R)$ ، $\neg R$ درست باشند آنگاه Q درست است.

۴) اگر $P \rightarrow Q$ ، $Q \rightarrow (R \vee S)$ درست و $P \rightarrow R$ غلط باشد آنگاه S غلط است.

۱۲۶- برای فرمول $\exists x \forall z(Q(z,y) \vee \neg \forall y(Q(y,z) \rightarrow P(x)))$، کدام گزینه صحیح است؟

۱) متغیر x آزاد است ولی متغیر y چنین نیست.

۲) متغیر y هم آزاد و هم پابند است.

۳) متغیر z آزاد است ولی متغیر x چنین نیست.

۴) هر سه متغیر x، y و z آزادند.

$\varphi = \forall x(h(x) \to g(x))$

$\psi = \forall x(f(x) \to g(x))$

$\theta = \exists x(f(x) \wedge h(x))$

۱۲۷- فرض کنید:

اکنون تعبیر زیر را در نظر بگیرید:

$$M = \{A, B\}\ , I(f) = \{A\}\ ,\ I(h) = \{B\}\ ,\ I(g) = \{A, B\}$$

کدام گزینه تحت این تعبیر صحیح می‌باشد؟

۱) هر سه گزاره φ و ψو θ نادرست است.

۲) هر سه گزاره φ و ψو θ درست است.

۳) φ و θ درست ولی ψ نادرست است.

۴) φ و ψ درست ولی θ نادرست است.

۱۲۸- نماد $\vdash_{ND}$ نشان دهنده رابطه استنتاج در دستگاه استنتاج طبیعی است، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\exists x p(x) \to Q \vdash_{ND} \forall x(P(x) \to Q)$

۲) $\forall x(A(x) \vee B(x)) \vdash_{ND} \forall x A(x) \vee \forall (x) B(x)$

۳) $\forall x A(x) \vdash_{ND} \neg\exists x \neg A(x)$ ولی $\neg\exists x \neg A(x) \nvdash_{ND} \forall x A(x)$

۴) $\neg\exists x \neg A(x) \vdash_{ND} \forall x A(x)$ ولی $\forall x A(x) \nvdash_{ND} \neg\exists x \neg A(x)$

۱۲۹- فرض کنید x متغیر آزاد در Q نباشد، همهٔ گزینه‌های زیر صحیح‌اند بجز:

۱) $\forall x(P(x) \vee Q) \models \forall x P(x) \vee Q$

۲) $\forall x P(x) \vee Q \models \forall x(P(x) \vee Q)$

۳) $\forall x(Q \to P(x)), \exists x \neg P(x) \models Q$

۴) $\exists x(P(x) \wedge Q) \models \exists x P(x) \wedge Q$

۱۳۰- فرض کنید:

$\varphi = \forall x \exists y(\neg x > 0 \vee (y > 0 \wedge \neg x = y^2))$

$\psi = \forall x \exists y(x > 0 \to (y > 0 \wedge x = y^2))$

$\theta = \forall x(x > 0 \to \exists y(y > 0 \wedge x = y^2))$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) θ در صورت نرمال پیشوندی نیست.

۲) ψدر صورت عطفی نرمال پیشوندی است.

۳) φ در صورت فصلی نرمال پیشوندی است ولی ψ چنین نیست.

۴) ψدر صورت فصلی نرمال پیشوندی است.

۱۳۱- حکم زیر را در نظر بگیرید:

«دو گزاره $[\exists x(P(x) \wedge Q(x))]$ و $[(\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x))]$» دارای ارزشی یکسان در جهان D هستند. گدام گزینه صحیح است؟

۱) حکم درست است دلیلش قاعده پخشی برای $\wedge$ است.

۲) حکم غلط است، یک مثال نقض $D = Z$ ، $P(x) = x < 0$ و $Q(x) = x \geq 0$ می‌باشد.

۳) حکم غلط است یک مثال نقض $D = N, x$ مربع است $= P(x)$ و x فرد است $= Q(x)$.

۴) حکم درست است چون اگر $D = N$ و x بخش‌پذیر بر ۶ است $= P(x)$وx بخش‌پذیر بر ۳ است $= Q(x)$ ، آنگاه برای $x = 6$ دو گزاره دارای ارزش یکسان هستند.

۱۳۲- هرتابع $f:\{T,F\}^n \to \{T,F\}$ را یک تابع مقدار دهی n- متغیره گوییم. در این صورت تعداد توابع مقداردهی n- متغیره برابر است با:

۱) ۲^n

۲) $۲^{۲n}$

۳) $۲^{۲^n}$

۴) $۲^{n^۲}$

۱۳۳- قرار دهید $FC(N)=\{A \subseteq N \mid N-A$ یا A متناهی باشد$\}$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $FC(N)$ ناشمارا است.

۲) $FC(N)$ متناهی است.

۳) $|FC(N)|=|P(N)|$

۴) $FC(N)$ شمارای نامتناهی است

۱۳۴- ω کوچکترین اردینال نامتناهی است. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\omega+۱$ یک عدد اصلی است.

۲) ω و $\omega+۱$ دارای عدد اصلی یکسانی نیستند.

۳) $\omega+۱$ و $۱+\omega$ یک‌ریخت اردینالی هستند ولی عدد اصلی یکسانی ندارند.

۴) ω و $\omega+۱$ یک‌ریخت اردینالی نیستند ولی عدد اصلی یکسانی دارند.

۱۳۵- کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر A یک مجموعه نامتناهی و B_n خانواده تمام زیر مجموعه‌های n- عضوی A باشد آنگاه برای هر $n>۰$ داریم: $|A|=|B_n|=|\bigcup_{n\in N} B_n|$

۲) مجموعه‌ی نامتناهی‌ایی وجود دارد که با هیچ زیر مجموعه سره‌اش هم توان نیست.

۳) $|(۲^N)^N| \neq |۲^N|$

۴) $|(۲^N)^N| \neq |P(N)|$

دروس پایه:

ریاضیات عمومی

۱۳۶- برای دو عدد حقیقی a و b با شرط $0 < a < b$، حد دنبالهٔ $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ با ضابطه زیر کدام است؟

$$x_1 = a$$
$$x_2 = b$$
$$x_n = \frac{x_{n-1} + x_{n-2}}{2} \qquad (n \geq 3)$$

۱) b

۲) $\frac{1}{3}(a + 2b)$

۳) $\frac{1}{2}(a + b)$

۴) $\frac{1}{8}(3a + 5b)$

۱۳۷- مشتق تابع $F(x) = \int_{0}^{\sin x} \frac{dt}{2 + t^5}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) 0

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $-\frac{1}{3}$

۱۳۸- مقدار $\iint_D xy(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} dxdy$ که در آن $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{14}$

۲) $\frac{1}{12}$

۳) $\frac{1}{7}$

۴) $\frac{1}{6}$

۱۳۹- برد تابع $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

۱) $(0, e^e]$

۲) $(0, 1]$

۳) $(0, e^{-1}]$

۴) $(0, e^{e^{-1}}]$

۱۴۰- مساحت رویه حاصل از دوران منحنی $x = \frac{1}{8}(t - \sin t)$ و $y = \frac{1}{8}(1 - \cos t)$ ، $0 \le t \le 2\pi$ ، حول محور x کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) 2π

۴) $\frac{5\pi}{3}$

۱۴۱- سیالی در درون یک مخزن استوانه‌ای به شعاع ۲ درحال چرخش است، به‌طوری‌که حرکتش توسط میدان سرعتی $\vec{F}(x,y,z) = -y\sqrt{x^2+y^2}\ \vec{i} + x\sqrt{x^2+y^2}\ \vec{j}$ صورت می‌گیرد. اگر S سطح فوقانی و N بردار قائم یکه‌رو به خارج مخزن استوانه‌ای باشد، مقدار انتگرال $\iint_S (\text{curl}\,\vec{F}).\vec{N}ds$ کدام است؟

۱) 6π

۲) 4π

۳) 10π

۴) 16π

۱۴۲- ماکسیمم مقدار مشتق جهتی تابع $\phi(x,y,z) = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ در نقطه $(1,1,-1)$ کدام است؟

۱) ۲۱

۲) $2\sqrt{21}$

۳) $\sqrt{21}$

۴) $3\sqrt{21}$

۱۴۳- حجم جسم حاصل از دوران ناحیهٔ محدود به منحنی $y = x^2$ و خط $y = 1$ حول خط $y = 2$ کدام است؟

۱) $\frac{2\pi}{5}$

۲) $\frac{38\pi}{5}$

۳) $\frac{56\pi}{15}$

۴) $\frac{2\pi}{3}$

۱۴۴- انتگرال $\int_{۱}^{e}\int_{۰}^{\ln x} f(x,y)dydx$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $\int_{۰}^{۱}\int_{e^y}^{e} f(x,y)dxdy$

۲) $\int_{۰}^{۱}\int_{e}^{e^y} f(x,y)dxdy$

۳) $\int_{۰}^{۱}\int_{۰}^{e^y} f(x,y)dxdy$

۴) $\int_{۰}^{۱}\int_{۱}^{e^y} f(x,y)dxdy$

۱۴۵- سری تیلور تابع $f(x)=\frac{۱}{۵-x}$، حول نقطه $x=۲$ کدام است؟

۱) $f(x)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳^۲}(x-۲)+\frac{۱}{۳^۳}(x-۲)^۲+....$

۲) $f(x)=\frac{۱}{۵}+(x-۲)+(x-۲)^۲+...$

۳) $f(x)=\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۳^۲}(x-۲)+\frac{۱}{۳^۳}(x-۲)^۳-....$

۴) $f(x)=\frac{۱}{۵}\left(۱-(x-۲)+(x-۲)^۲+(x-۲)^۳+...\right)$

۱۴۶- کدام گزینه یک تابع اولیه (ضد مشتق) برای $f(x)=\text{sech}\,x$ است؟

۱) $F(x)=۲\tan^{-۱}(e^x)$

۲) $F(x)=۲\tanh^{-۱}(e^x)$

۳) $F(x)=\frac{۱}{۲}\ell n|\text{sech}\,x-\tanh x|$

۴) $F(x)=\frac{۱}{۲}\ell n|\text{sech}\,x+\tanh x|$

۱۴۷- به ازای کدام مقادیر q، سری زیر همگرا است؟

$$\sum_{n=۱}^{\infty} n^q\left(\frac{۱}{n^۲}\right)^{q^۲}$$

۱) $q>۰$

۲) $q<-\frac{۱}{۴}$

۳) $-\frac{۱}{۲}<q<۱$

۴) $q<-\frac{۱}{۲}$ یا $q>۱$

۱۴۸- مقدار $\lim_{x\to\frac{۱^-}{\sqrt{۲}}}\left[-\frac{۱}{x^۲}\right]$ کدام است؟

۱) -۳

۲) -۲

۳) -۱

۴) ۰

۱۴۹- به ازای چه مقادیری از a و b ماکسیمم موضعی تابع $f(x)=\frac{ax+b}{(x-1)(x-4)}$ در نقطه $x=2$ مساوی -1 است؟

۱) $a=1\ ,\ b=1$

۲) $a=-1\ ,\ b=0$

۳) $a=1\ ,\ b=0$

۴) $a=0\ ,\ b=1$

مبانی آنالیز عددی

۱۵۰- دستگاه ممیز شناور نرمال شده‌ای مد نظر است که در آن هر عدد حقیقی x به صورت $\pm(0/d_1d_2)_2\times 2^{\pm d_3d_4}$ با $d_1=1$، d_1 یا 0، $d_i=0$، $i=2,3,4$. فرض کنید که برای نمایش اعداد حقیقی ارقام غیر قابل نمایش گرد می‌شوند. اگر عدد حقیقی x در ناحیه سرریز (overflow) قرار داشته باشد، آن گاه x برابر کدام است؟

۱) ۴/۵

۲) ۵/۵

۳) ۶

۴) ۷

۱۵۱- فرض کنید $\bar{X}$ جواب محاسبه شده با روش حذفی گوس و محورگزینی سطری برای یک دستگاه معادلات خطی $AX=b$ در رابطه زیر صدق کند: $\frac{\|X-\bar{X}\|}{\|X\|}\le 10^{1+t}u\ ,\ t>0$ که در آن X جواب دقیق دستگاه و $u=10^{1-p}$ روند عدد یک در ماشین محاسبه به کار رفته است. در این صورت، تعداد ارقام قابل اعتماد در $\bar{X}$ تقریباً برابر کدام است؟

۱) $p-t-1$

۲) $t-p+1$

۳) t

۴) p

۱۵۲- مسأله کمترین مربعات $\|\lambda u-v\|_2$ را در نظر بگیرید که در آن، $u,v\in R^n$ و λ مجهول است. جواب مسأله $\min\|\lambda u-v\|_2$ برابر کدام است؟

۱) v^Tv/u^Tv

۲) u^Tu/v^Tv

۳) u^Tu/u^Tv

۴) v^Tv/u^Tu

۱۵۳- می‌خواهیم مسأله $\min_x(\sin x \cos x - 1)$ را با روش نیوتن حل کنیم. در این صورت، رابطه تکراری به دست آمده کدام است؟

۱) $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}\cot(2x_n)$

۲) $x_{n+1} = x_n - 2\tan(2x_n)$

۳) $x_{n+1} = x_n - 2\cot(2x_n)$

۴) $x_{n+1} = x_n - \frac{1}{2}\tan(2x_n)$

۱۵۴- مقدار $\frac{dy(x)}{dx}$ در $x = 0/2$ با استفاده از روش اویلر برای معادله دیفرانسیل به صورت $\frac{d^2y(x)}{dx} = xy + \frac{y}{x+1}$ با $y(0) = 0$ ، $y'(0) = 1$ و $h = 0/1$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۱/۰۲

۴) ۱/۰۱

۱۵۵- برای محاسبه $f'(x_0)$ از فرمول تقریبی $f'(x_0) \simeq \frac{-3f(x_0) + 4f(x_0 + h) - f(x_0 + 2h)}{2h}$ استفاده می‌کنیم. خطای برشی این فرمول برابر کدام است؟

۱) $-\frac{h^2}{3}f^{(3)}(x)$

۲) $\frac{h^2}{3}f^{(3)}(x)$

۳) $\frac{h^2}{6}f^{(3)}(x)$

۴) $-\frac{h^2}{6}f^{(3)}(x)$

۱۵۶- تخمین انتگرال $\int_0^{0/1} e^{-x}dx$ با فرمول ساده‌ی ..... خطای کم‌تری دارد.

۱) مستطیلی راست نسبت به ذوزنقه‌ای

۲) مستطیلی چپ نسبت به نقطه میانی

۳) ذوزنقه‌ای یا نقطه میانی نسبت به مستطیلی راست یا چپ

۴) ذوزنقه‌ای نسبت به سیمسون

مبانی احتمال

۱۵۷- میانگین توافقی (هارمونیک) N عدد حقیقی برابر $\frac{۱}{N}$ است. میانگین توافقی یک زیر مجموعه سره از این اعداد برابر $\frac{۱}{M}$ است. میانگین توافقی N-M عدد حقیقی باقیمانده کدام است؟

۱) $\frac{۱}{N-M}$

۲) $\frac{۱}{N+M}$

۳) $\frac{۱}{N^۲-M^۲}$

۴) $\frac{۱}{N^۲+M^۲}$

۱۵۸- فاصله بین دو شهر A و B ۱۰۰ کیلومتر است و ۷ شرکت مسافربری بین این دو شهر وجود دارد. تعداد اتوبوس‌های هر شرکت و فواصل شرکت‌ها از شهر A به صورت زیر است:

فواصل شرکت‌ها از شهر A	۰–۲۰	۲۰–۴۰	۴۰–۵۰	۵۰–۸۰	۸۰–۱۰۰
تعداد اتوبوس	۵۰	۱۰۰	۲۰	۴۰	۱۲۰

اگر یک پمپ بنزین بخواهیم در این جاده احداث کنیم فاصله آن تا شهر A چقدر باشد تا جمع کل مسافت‌های پیموده شده برای سوخت‌گیری توسط اتوبوس‌ها حداقل شود.

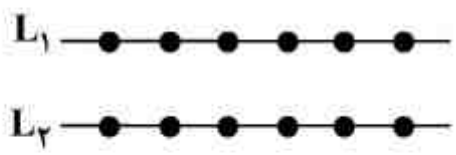
۱) ۴۵

۲) ۴۷/۵

۳) ۵۰

۴) ۵۷/۵

۱۵۹- در شکل زیر با نقاط داده شده روی دو خط $L_۱$ و $L_۲$ چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که یک راس روی یک خط و دو رأس دیگر روی خط دیگر باشند؟



۱) ۳۶۰

۲) ۲۲۰

۳) ۱۸۰

۴) ۹۰

۱۶۰- فرض کنید $M=\{(x,y): x,y=۰,۱,..,۴\}$ اگر P، نقطهٔ (j,k) در M باشد و مجاز به رفتن از P به نقطه‌ی Q باشیم که مختصات آن $(j+۱,k)$ یا $(j,k+۱)$ باشد، به چند طریق می‌توان از نقطه $(۰,۰)$ در M به نقطه $(۴,۴)$ در M رسید؟

۱) ۱۶

۲) ۲۶

۳) ۷۰

۴) ۲۵۶

۱۶۱- یک سکه را که شانس شیر آمدنش برابر p است ۴ بار پرتاب می‌کنیم. اگر Q نمایانگر احتمال مشاهده زوج شیر در ۴ پرتاب باشد. گزینه صحیح کدام است؟

۱) دقیقاً یک جواب برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۲) دقیقاً دو جواب برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۳) دقیقاً سه جواب برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۴) هیچ جوابی برای p در معادله‌ی $Q=\frac{۳}{۴}$ وجود دارد.

۱۶۲- در یک انتخاب بین نامزدهای A و B، ۵۵ درصد از رای دهندگان زن هستند که ۶۰ درصد آن‌ها به A رای می‌دهند. فقط ۶۲ درصد از مردان به B رای می‌دهند. چند درصد از رای دهندگان به A رای می‌دهند؟

۱) ۶۳/۵ درصد

۲) ۶۰/۹ درصد

۳) ۵۲/۵ درصد

۴) ۵۰/۱ درصد

۱۶۳- فروشگاه‌های A، B و C به ترتیب ۲۰۰، ۷۵ و ۱۲۵ نفر کارمند دارند. از این تعداد به ترتیب ۵۰٪، ۶۰٪ و ۷۰٪ زن هستند. اگر امکان استعفا بین کارمندان یکسان باشد و یک کارمند زن استعفا دهد، احتمال اینکه از کارمندان فروشگاه C باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۷۵}{۴۶۵}$

۲) $\frac{۱۷۵}{۴۰۰}$

۳) $\frac{۹۰}{۴۰۰}$

۴) $\frac{۹۰}{۴۶۵}$

۱۶۴- یک تیم مسابقه شامل ۶ نفر است که بایستی ۴ مساله مسابقه را حل کنند. اگر هر یک از اعضا تیم برای حل دقیقاً یک مسأله مسابقه تعیین شوند و حل هر یک از ۴ مسأله حداقل توسط یکی از اعضاء تیم صورت پذیرد، به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

۱) ۳۰۰

۲) ۶۲۰

۳) ۱۵۶۰

۴) ۱۶۵۰

مبانی کامپیوتر

۱۶۵- یک آرایه n عنصری A داریم که عناصر آن ۱-، ۰ و یا ۱+ است. مرتبه زمانی مرتب‌سازی این آرایه در بدترین حالت چقدر است؟

۱) $O(n)$ ۲) $O(\log n)$ ۳) $O(n \log n)$ ۴) $O(\log^۲ n)$

۱۶۶- شبه کد زیر را در نظر بگیرید:

```
sum = 0
i = 2
j = 1
while(i / j > 0.001)do
   j = 2 * j
   sum = sum + i / j
end while
write(sum)
```

مقدار sum به چه عددی نزدیک خواهد بود؟ (متغیرها و عملگرها از نوع اعشاری هستند.)

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۷- قطعه برنامه زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
f(x,y)
{
 while (x ≠ y) do
          if  x > y then  x = x − y
          else      y = y − x
  return(x)
}
```

۱) همیشه مقدار 1 برمی‌گرداند.
۲) حاصل $x-y$ را محاسبه می‌کند.
۳) بزرگترین مقسوم علیه مشترک x و y را محاسبه می‌کند.
۴) حاصل $\max(x,y)-\min(x,y)$ را محاسبه می‌کند.

۱۶۸- برای $n > 0$، برنامه‌زیر چه عملی انجام می‌دهد؟

```
int f(int n)
{
      if(n == 1)  return(0);
      else
          return(f(n − −) + 2);
}
```

۱) $2*n$ را برمی‌گرداند. ۲) در یک حلقه دائم گیر می‌کند.
۳) n امین عدد طبیعی را برمی‌گرداند. ۴) n امین عدد طبیعی زوج را برمی‌گرداند.

۱۶۹- الگوریتم زیر چه مقدار برمی‌گرداند؟

```
test(x,n)
{
    t = 1;
    while (n > 0){
        if((n & 1) == 1)
            t = t * x;
        x = x * x;
        n = n / 2;
    }
    return (t);
}
```

۱) x^n ۲) $x * n$
۳) $\log_2 n$ ۴) باقی‌مانده تقسیم x بر n

۱۷۰- در تبدیل عبارت میانوندی (inf ix) $۵ + (۲ + ۱) / (۱ - ۳ * ۲)$ به عبارت پسوندی (postfix)، حداکثر طول پشته چقدر خواهد بود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۷۱- فرض کنید که P ، یک روال بازگشتی باشد، اگر تضمینی برای توقف اجرای P وجود داشته باشد آنگاه کدام یک از موارد زیر درست خواهد بود؟

۱- P حتماً دارای متغیر محلّی است.
۲- P دارای یک مسیر اجرایی است که خودش را فراخوانی نمی‌کند.
۳- P یا از یک متغیر سراسری استفاده می‌کند و یا دست کم یک پارامتر دارد.

۱) (۱) و (۲)و (۳) ۲) (۱) و (۳) ۳) (۱) و (۲) ۴) (۲) و (۳)

۱۷۲- با توجه به شبه کد زیر، کدام گزینه صحیح است؟

```
int F(int n)
{
    if(n == 1) then
        return 1;
    else
     if(n is even) then
        return(1 + F(n/2));
    else
       if(n is odd) then
        return F(3n - 1);
}
```

۱) این شبه کد همیشه درست کار می‌کند و $F(۴) = ۳$ خواهد بود.
۲) این شبه کد برای برخی از مقادیر درست کار می‌کند و $F(۳) = ۵$ خواهد بود.
۳) این شبه کد برای برخی از مقادیر درست کار می‌کند و $F(۶) = ۷$ خواهد بود.
۴) این شبه کد شرایط یک الگوریتم بازگشتی را ندارد.

ریاضیات گسسته

۱۷۳- حداکثر تعداد درخت‌های فراگیر در گراف $K_{۲۱}$ که هیچ دو درختی یال مشترک نداشته باشند، چند تاست؟

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

۱۷۴- فرض کنید G یک گراف دو بخشی باشد که متمم (مکمل) آن هم دو بخشی است. کدام گزینه همواره درباره G درست است؟

۱) G حداکثر ۴ راس دارد.

۲) G مسیر یا دوری به طول زوج است.

۳) G گراف کامل دو بخشی است.

۴) G دارای n راس و حداکثر $n-۱$ یال است.

۱۷۵- کدام‌یک از دنباله‌های زیر می‌تواند دنبالهٔ درجات یک گراف دو بخشی باشد؟

۱) (۵,۵,۴,۳,۳,۲,۱,۱,۱)

۲) (۶,۶,۴,۴,۴,۴,۴,۴,۲,۲,۲)

۳) (۵,۵,۵,۵,۵,۵,۴,۴,۴)

۴) (۴,۴,۴,۴,۴,۳,۳,۲,۲)

۱۷۶- مقدار ثابت در بسط چند جمله‌ای $(e^x-۱)^۴$ چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲!}$

۲) ۰

۳) ۱

۴) -۱

۱۷۷- یک مهره در صفحه شطرنج ۸×۴ در هر گام ۱ خانه به سمت راست یا ۱ خانه به سمت بالا می‌رود. تعداد راه‌های رسیدن از خانه سمت چپ پایین به خانه سمت راست بالا به طوری که هیچ دو گام متوالی روبه بالا طی نشوند، چند تاست؟

۱) ۵۶

۲) ۷۰

۳) ۱۲۶

۴) ۳۶۰

۱۷۸- تعداد راه‌های توزیع ۱۱ توپ یکسان در ۳ جعبه یکسان به طوری که در هر جعبه حداقل ۲ توپ قرار گیرد، چندتاست؟

۱) ۴۵

۲) ۲۱

۳) ۱۵

۴) ۵

۱۷۹- مجموعه‌های $S=\{۱,...,۲۰\}, A=\{۱,...,۹\}$ را در نظر بگیرید. تعداد زیر مجموعه‌های S که شامل تعداد فردی از اعضای A هستند، چندتاست؟

۱) $۲^{۱۸}$

۲) $۲^{۱۹}$

۳) $۲^{۱۱}$

۴) $۲^{۹}$

۱۸۰- می‌دانیم دنباله‌های $\{u_n\}_{n\geq ۰}$ و $\{v_n\}_{n\geq ۰}$ به ازای $n>۰$ در رابطه‌های بازگشتی $\begin{cases} ۲u_n = ۹v_{n-۱} + ۱۱\, u_{n-۱} + ۱ \\ ۲v_n = ۹u_{n-۱} + ۱۱\, v_{n-۱} - ۱ \end{cases}$ صدق می‌کنند. اگر $u_{۱۰} = ۱۰۰۰۰۶$, $v_۶ = ۶$، آنگاه مقدار $u_۵$ برابر کدام گزینه است؟

۱) ۰/۲

۲) ۴/۵

۳) ۶/۵

۴) ۳۰/۲

دروس تخصصی:

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

۱۸۱- فرض کنید K_n یک گراف کامل و بدون جهت با n گره باشد که در آن n عددی زوج است. یال‌های گراف K_n را به چند درخت پوشا می‌توان افراز کرد؟

۱) $\frac{n-۱}{۲}$

۲) $n^{n-۲}$

۳) $n-۱$

۴) $\frac{n}{۲}$

۱۸۲- درختی با n گره وجود دارد به طوری که درجهٔ گره‌های آن $d_۱, d_۲, ..., d_n$ می‌باشند. کدام‌یک از موارد زیر حاصل $d_۱ + d_۲ + ... + d_n$ را نشان می‌دهد؟

۱) $۲n-۲$

۲) $۲n-۱$

۳) $n-۲$

۴) $n-۱$

۱۸۳- کدام گزینه در مورد درخت‌های دودویی صحیح می‌باشد؟ (تعداد کل گره‌ها بزرگتر یا مساوی یک فرض می‌شود.)

۱) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های تک فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.
۲) همواره تعداد برگ‌ها و گره‌های تک فرزندی برای درخت‌های کامل، دو عدد متوالی می‌باشند.
۳) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های دو فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.
۴) همواره تعداد گره‌های تک فرزندی و تعداد گره‌های دو فرزندی، دو عدد متوالی می‌باشند.

۱۸۴- فرض کنید T یک درخت پوشای کمینه از گراف G باشد، در رابطه با T همه‌ی موارد زیر صحیح‌اند بجز:

۱) T یکتا نیست.
۲) T شامل تمام گره‌های G می‌باشد.
۳) هر مسیر در T بین دو رأس s و t یک کوتاهترین مسیر در G نیست.
۴) برای هر جفت رأس s و t، کوتاهترین مسیر بین s و t در G همان مسیر بین s و t در T است.

۱۸۵- فرض کنید $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ مجموعه‌ای از اعداد صحیح و S حاصل جمع آن‌ها باشد. $(S = \sum_{i=1}^{n} x_i)$. بهترین الگوریتم برای افراز این مجموعه به دو زیر مجموعه (در صورت وجود) به طوری که جمع عناصر دو زیر مجموعه مساوی باشند، دارای چه مرتبهٔ زمانی است؟

۱) $O(nS)$
۲) $O(n+S)$
۳) $O(n^2)$
۴) $O(n \log n)$

۱۸۶- متنی با چهار حرف a_1, a_2, a_3, a_4 و با احتمالات $P_1 \geq P_2 \geq P_3 \geq P_4$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $P_1 > P_2 = P_3 = P_4$ باشد. کوچکترین عددی مانند Q که $P_1 > Q$ نتیجه دهد $n_1 = 1$، کدام است؟ (n_1 طول کد هافمن برای a_1 است.)

۱) ۰/۲
۲) ۰/۳
۳) ۰/۴
۴) ۰/۵

۱۸۷- در یک صف حلقوی به طول n ، مقدار متغیری که ابتدای صف را نشان می‌دهد (f) چگونه به روز رسانی می‌شود؟

۱) $f = f + 1$
۲) $f = (f+1)\%n$
۳) $f = (f+1)\%(n-1)$
۴) $f = (f-1)\%n$

۱۸۸- آرایه A با n عنصر را m چرخشی گویند اگر با m چرخش داده‌های آن مرتب شده باشند. برای مثال آرایه $A = \{۳۵, ۴۲, ۵, ۱۵, ۲۷, ۲۹, ۳۰\}$ یک آرایه ۲ چرخشی است. بهترین الگوریتم برای یافتن ماکزیمم در این آرایه دارای چه مرتبه زمانی است؟

۱) $O(\log n)$
۲) $O(n+m)$
۳) $O(m \log n)$
۴) $O(n \log m)$

۱۸۹- در الگوریتم جستجوی سه تایی (تقریباً مشابه با جستجوی دودویی) آرایه مورد نظر به سه قسمت تقسیم می‌شود و داده مورد جستجو با این عناصر مقایسه می‌شود. کدام رابطه در هر مرحله نشان دهندهٔ عنصر $(m_1)\frac{1}{3}$ و عنصر $(m_2)\frac{2}{3}$ است، اگر حد پایین و بالای آرایه **l** و **h** باشد؟

۱) $m_1 = \frac{h+2l}{3}$ و $m_2 = \frac{h-2l}{3}$

۲) $m_1 = \frac{l+h}{3}$ و $m_2 = 2\frac{(l+h)}{3}$

۳) $m_1 = \frac{h+2l}{3}$ و $m_2 = \frac{2h+l}{3}$

۴) $m_1 = \frac{l+h}{3}$ و $m_1 = \frac{2(h-l)}{3}$

۱۹۰- تابع $M : Z^+ \rightarrow Z$ به صورت زیر تعریف می‌شود. کدام گزینه صحیح است؟

$$M(n) = \begin{cases} n-10 & \text{if} \quad n > 100 \\ M(M(n+11)) & \text{if} \quad n \le 100 \end{cases}$$

۱) برای تمام $n \le 100$ مقدار $M(n)$ برابر ۹۰ خواهد بود.
۲) برای حداقل نیمی از nهای کوچکتر از ۱۰۰ مقدار $M(n)$ برابر ۹۱ خواهد بود.
۳) برای نیمی از nهای کوچکتر از ۱۰۰ جواب ندارد.
۴) برای تمام $n \le 101$ مقدار $M(n)$ برابر ۹۱ خواهد بود.

۱۹۱- برای مرتب‌سازی یک آرایه ۵ عنصری بر مبنای مقایسه، در بدترین حالت حداقل چند مقایسه نیاز داریم؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۱۹۲- سه آرایه مرتب شده A_1, A_2, A_3 با **n** عنصر از اعداد حقیقی متمایز داریم، می‌خواهیم از روی مجموعه $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ یک درخت جستجوی دودویی متوازن بسازیم. بهترین الگوریتم دارای چه مرتبهٔ زمانی است؟

۱) $O(n^2)$
۲) $O(n)$
۳) $O(n \log n)$
۴) $O(n^2 \log n)$

۱۹۳- کدام عبارت صحیح است؟

۱) $O((\log n)!) < O(n) < O(\log n!)$
۲) $O(n) < O(\log n!) < O((\log n)!)$
۳) $O(\log n!) < O((\log n)!) < O(n)$
۴) $O(\log n!) < O(n) < O((\log n)!)$

۱۹۴- برای اینکه نشان دهیم مسئله A متعلق به خانواده مسائل NP-Complete است، یافتن یک مسئله NP-Complete مانند B و کاهش B به A($B \leq_p A$) . . . .

۱) شرط لازم و کافی است.
۲) شرط کافی است ولی لازم نیست.
۳) شرط لازم است ولی کافی نیست.
۴) نه شرط لازم و نه شرط کافی است.

۱۹۵- جواب رابطه بازگشتی زیر چیست؟

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \frac{n}{\log n}$$

۱) $O(n)$
۲) $O(\log n)$
۳) $O(n \log n)$
۴) $O(n \log(\log n))$

۱۹۶- پیمایش inorder (میان ترتیب) از یک درخت دودویی با n گره در دسترس می‌باشد. با مشخص بودن تعداد برگ‌های درخت به تعداد n_0 در این پیمایش، چه تعداد درخت دودویی می‌توان ساخت؟

۱) $\frac{1}{(n-n_0)+1}\binom{2(n-n_0)}{(n-n_0)}$
۲) $\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n} - n_0^2$
۳) $\frac{n_0}{(n+n_0)}\binom{2n}{n+n_0} - n_0$
۴) در حالت کلّی با در دست داشتن پیمایش inorder نمی‌توان تعداد درخت‌های دودویی را محاسبه نمود.

۱۹۷- یک لیست پیوندی خطی با دو اشاره‌گر به ابتدا و انتهای آن را در نظر بگیرید. کدام‌یک از اعمال زیر وابسته به طول لیست می‌باشد؟

۱) حذف عنصر انتهای لیست
۲) اضافه کردن عنصر به ابتدای لیست
۳) اضافه کردن عنصر به انتهای لیست
۴) حذف عنصر ابتدای لیست

۱۹۸- فرض کنید دو آرایهٔ $A[1..n]$ و $B[1..n]$ از اعداد صحیح را داریم. بهترین الگوریتم برای اینکه مشخص کنیم آیا B چرخشی از A است یا نه دارای چه مرتبهٔ زمانی خواهد بود؟ (منظور از چرخش این است که K عنصر آخر آرایهٔ مرتب را به ابتدای آن منتقل کنیم).

۱) $O(n^2)$
۲) $O(n)$
۳) $O(\log n)$
۴) $O(n \log n)$

۱۹۹- فرض کنید پیمایش میان ترتیب (inorder) یک درخت جستجوی دودویی به صورت $(a_1, a_2, ..., a_n)$ باشد. همه‌ی گزینه‌ها در مورد این درخت جستجوی دودویی صحیح‌اند بجز:

۱) اگر a_i برگ نباشد، در این صورت یا a_{i-1} در زیر درخت چپ a_i است و یا a_{i+1} در زیر درخت راست آن است.
۲) ترتیب حذف دو عنصر a_i و a_{i+1} تأثیری در درخت حاصل ندارد.
۳) اگر $a_i (i < n)$ دو فرزند داشته باشد در این صورت a_{i+1} فرزند چپ ندارد.
۴) اگر $a_i (i > 1)$ دو فرزند داشته باشد، در این صورت a_{i-1} فرزند راست ندارد.

۲۰۰- الگوریتمی مانند g داریم که آنرا n بار اجرا کرده‌ایم و زمان مصرف شده $\theta(n\log n)$ بوده است. میانگین زمان اجرای g ..... و بدترین زمان اجرای آن ..... است.

۱) $\theta(n)$ ، $\theta(n\log n)$

۲) $\theta(n)$ ، $\theta(n)$

۳) $\theta(\log n)$ ، $\theta(n\log n)$

۴) $\theta(\log n)$ ، $\theta(\log n)$

مبانی نظری محاسبه

در سؤال‌های ۲۰۱ الی ۲۲۰ λ نشان‌دهنده کلمه پوچ به طول صفر است.

۲۰۱- کدام گزینه صحیح است؟

۱) هر زبان منظم دارای یک اتوماتون غیرقطعی کمینه یکتا است.

۲) هیچ کلاسی از زبان‌ها بین کلاس زبانهای مستقل از متن (CFL) و کلاس زبان‌های منظم (Regular) وجود ندارد.

۳) هر زیرمجموعه از $\{0,1\}^*$ می‌تواند دارای یک اتوماتون قطعی احتمالاً نامتناهی باشد.

۴) زبان L وجودد دارد که برای آن کلیه ماشین‌های تورینگ با زبان L حداقل ۱۳۹۴ حالت در اتوماتون خود دارند.

۲۰۲- زبان $L=\left\{yxzx^Ry^R \mid x,y,z\in\{0,1\}^+\right\}$.

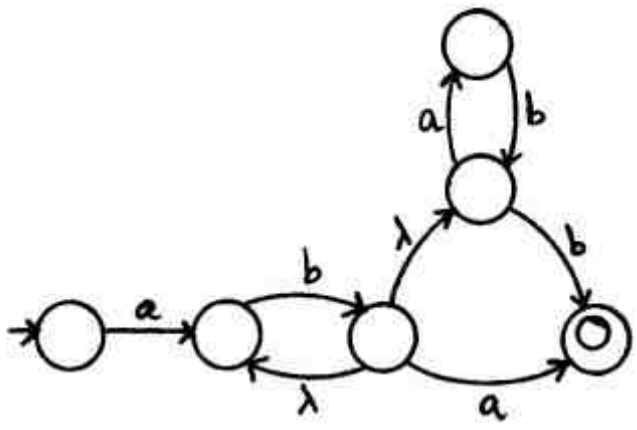
۱) یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) ندارد.

۲) حساس به متن (CS) نیست.

۳) مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۴) منظم است.

۲۰۳- اتوماتون غیر قطعی زیر معادل با کدام یک از عبارات منظم است؟



۱) $abb^*((a+b)^*b+b^*a)$

۲) $abb^*((ab)^*b+a)$

۳) $ab^*((ab)^*b+b^*a)$

۴) $ab^*((a+b)^*b+a)$

۲۰۴- از دو اتوماتون متناهی قطعی M_1 و M_2 یک ماشین الکترونیکی E به شکل زیر ساخته شده است. از حالت‌های پذیرش هر دو اتوماتون سیمی به یک لامپ وصل شده است که هرگاه یک اتوماتون در حالت پذیرش قرار می‌گیرد از این سیم جریان عبور می‌کند. لامپ تنها زمانی روشن می‌شود که از هر دو سیم مربوط به M_1 و M_2 جریان به آن برسد. ماشین E روی رشته ورودی x هر دو اتوماتون M_1 و M_2 را به صورت همزمان اجرا می‌کند و رشته x را می‌پذیرد هرگاه در طول محاسبه روی x لامپ هیچ‌گاه روشن نشود. زبان E کدام است؟

۱) $L(E) = \{x \mid \forall z \in \text{prefix}(x), z \in L(M_1) \cup L(M_2)\}$

۲) $L(E) = \{x \mid \forall z \in \text{prefix}(x), z \in L(M_1) \cap L(M_2)\}$

۳) $L(E) = \{x \mid \forall z \in \text{prefix}(x), z \notin L(M_1) \cap L(M_2)\}$

۴) $L(E) = \{x \mid \forall z \in \text{prefix}(x), z \notin L(M_1) \cup L(M_2)\}$

۲۰۵- اگر $k > 1$ عددی صحیح و ثابت باشد، زبان L بر روی الفبای Σ بدین ترتیب تعریف شده است که هر عضو آن دارای حداقل k حرف یکسان در انتهای خود باشد. حداقل تعداد حالات اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش L چند است؟

۱) $k \times |\Sigma|$

۲) $k \times |\Sigma| + 1$

۳) $k + |\Sigma|$

۴) $k + |\Sigma| + 1$

۲۰۶- فرض کنید $A \subseteq \{0,1\}^*$ یک زبان منظم و $S \subseteq \{0,1\}^*$ یک مجموعه دلخواه باشد. قرار دهید $L_{A,S} = \{x \mid (\exists y \in A) \quad xy \in S\}$. کدام گزینه دربارهٔ $L_{A,S}$ همواره صحیح است؟

۱) منظم است.

۲) نه مستقل از متن است نه منظم

۳) مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی نیست.

۴) مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۲۰۷- گرامر منظم G با k قاعده تولید مفروض است. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

۱) یک اتوماتون متناهی قطعی با حداکثر $k+1$ حالت وجود دارد که زبان آن با $L(G)$ برابر باشد.

۲) تعداد حالات هر اتوماتون متناهی قطعی برای پذیرش $L(G)$ حداقل k است.

۳) یک اتوماتون متناهی قطعی با کمتر از k حالت وجود دارد که زبان آن با $L(G)$ برابر است.

۴) هیچ ارتباطی بین تعداد حالت اتوماتون متناهی قطعی کمینه برای $L(G)$ و k وجود ندارد.

۲۰۸- اگر در ماشین پشته‌ای (PDA) داده شده، برای هر ورودی هیچگاه نمادی از روی پشته حذف نشود، زبان پذیرش با حالات نهایی این ماشین، .....

۱) مستقل از متن نیست.

۲) نامنظم است ولی مستقل از متن قطعی است.

۳) مستقل از متن قطعی نیست ولی مستقل از متن است.

۴) منظم است.

۲۰۹- کدام یک از زبان‌های زیر توسط یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) قابل پذیرش است؟

۱) زبان $L \subseteq \{a,b\}^*$ که هر عضو آن به صورت XX است.

۲) زبان $L \subseteq \{a,b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول فرد است.

۳) زبان $L \subseteq \{(,)\}^*$ که شامل پرانتزهای متوازن است.

۴) زبان $L \subseteq \{a,b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول زوج است.

۲۱۰- کدام گزینه گرامر $< S \to aB \mid bA \mid \lambda >$ را برای زبان $L \subseteq \{a,b\}^*$ که هر عضو آن دارای تعداد برابری a و b است کامل می‌کند؟

۱) $A \to SaS \ , \ B \to SbS$

۲) $A \to aS \ , \ B \to bS$

۳) $A \to aS \mid Sa \ , \ B \to bS \mid Sb$

۴) $A \to aS \mid Sa \mid \lambda \ , \ B \to bS \mid Sb \mid \lambda$

۲۱۱- زبان $\{a\}^*\{b\}^*\{c\}^* - \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ را در نظر بگیرید، کدام عبارت صحیح است؟

۱) زبان مستقل از متن است ولی قابل شناسایی با یک ماشین تورینگ نیست.

۲) زبان قابل شناسایی با یک ماشین تورینگ است ولی مستقل از متن نیست.

۳) زبان منظم است.

۴) زبان مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۲۱۲- در مورد بررسی عضویت $x \neq \lambda$ در زبان مربوط به یک گرامر مستقل از متن G به شکل نرمال چامسکی، کدام گزینه صحیح است؟

۱) مسأله تعیین عضویت x در $L(G)$ در صورت نامبهم بودن G لزوماً در زمان چند جمله‌ای نسبت به طول x قابل حل نیست.

۲) اگر $x \in L(G)$ آنگاه با حداکثر $2|x|-1$ قاعده می‌توان x را تولید کرد.

۳) مسأله تعیین عضویت x در $L(G)$ در حالت کلی تصمیم‌پذیر نیست.

۴) اگر $x \in L(G)$ آنگاه در هر گرامر مستقل از متن برای $L(G)$ می‌توان با حداکثر $2|x|-1$ قاعده x را تولید کرد.

۲۱۳- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

۱) زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ وجود دارد که فقط می‌تواند زبان یک ماشین تورینگ یکتا باشد.

۲) زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ وجود دارد که زبان یک ماشین تورینگ غیرقطعی است ولی نمی‌تواند زبان هیچ ماشین تورینگ قطعی باشد.

۳) کلاس زبان‌هایی در $\{0,1\}^*$ که می‌توانند زبان یک ماشین تورینگ باشند نسبت به اجتماع بسته است.

۴) کلاس زبان‌هایی در $\{0,1\}^*$ که می‌توانند زبان یک ماشین تورینگ باشند نسبت به متمم‌گیری بسته است.

۲۱۴- همه گزینه‌های زیر در مورد زبان‌های قابل پذیرش توسط ماشین‌های تورینگ صحیح است، بجز:

۱) کلاس زبان‌های شمارش پذیر بازگشتی (r.e.) نسبت به اجتماع، اشتراک و متمم بسته است.

۲) کلاس زبان‌های بازگشتی (تصمیم‌پذیر) نسبت به اجتماع، اشتراک و متمم بسته است.

۳) کلاس زبان‌های بازگشتی (تصمیم‌پذیر) شامل کلاس زبان‌های مربوط به گرامرهای حساس به متن است.

۴) کلاس زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی (r.e.) هم ارز با کلاس زبان‌های مربوط به گرامرها (دلخواه) است.

۲۱۵- ماشین تورینگ غیر قطعی M که برای هر ورودی نهایتاً متوقف می‌شود با زبان L مفروض است. همه گزینه‌های زیر صحیح هستند بجز:

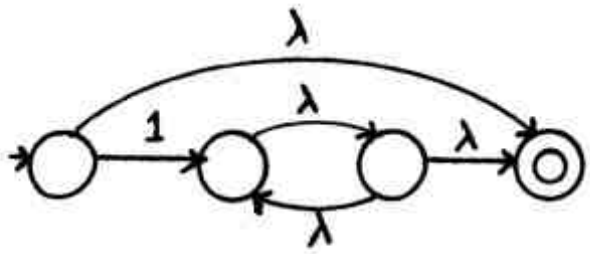
۱) اگر $x \notin L$ لزوماً ماشین در هر محاسبه پاسخ خیر (No) می‌دهد.

۲) لزوماً متمم L (زبان $\overline{L}$) دارای یک ماشین تورینگ قطعی است که برای هر ورودی متوقف می‌شود.

۳) لزوماً L دارای یک ماشین تورینگ قطعی است که برای هر ورودی متوقف می‌شود.

۴) اگر برای ورودی x ماشین پاسخ خیر (No) بدهد لزوماً $x \notin L$.

۲۱۶- زبان $\lambda - NFA$ زیر کدام است؟



۱) $\varnothing^*$

۲) $\{1\}$

۳) $\varnothing^* \cup \{1\}$

۴) $\lambda \cup \{1\}^*$

۲۱۷- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد زبان متناهی L که توسط گرامر حساس به متن G تولید می‌شود صحیح است؟

۱) زبان L منظم است.

۲) زبان L می‌تواند تصمیم‌پذیر نباشد.

۳) زبان L منظم نیست ولی مستقل از متن است.

۴) زبان L مستقل از متن نیست ولی حساس به متن است.

۲۱۸- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

۱) یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) فاقد $\lambda - Transition$ است.

۲) یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) برای هیچ ورودی در loop نامتناهی نمی‌افتد.

۳) هر ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) فقط از مقدار متناهی از پشته خود برای هر ورودی استفاده می‌کند.

۴) یک ماشین پشته‌ای قطعی(DPDA) وجود دارد که محاسبه آن برای هر ورودی کاملاً مستقل از محتوای پشته آن است.

۲۱۹- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) هر گرامر نامبهم برای زبان L که شامل λ نیست را می‌توان به یک گرامر نامبهم به شکل نرمال چامسکی تبدیل کرد.

۲) هر گرامر مبهم را می‌توان به شکل یک گرامر نامبهم هم ارز تبدیل کرد.

۳) هر گرامر که شامل $\lambda - Production$ نباشد مبهم نیست.

۴) هر گرامر منظم نامبهم است.

۲۲۰- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

۱) تعداد زبان‌های منظم در $\{0,1\}^*$ شمارا نیست و تعداد عبارات منظم در $\{0,1\}^*$ نیز شمارا نیست.

۲) تعداد زبان‌های منظم در $\{0,1\}^*$ شمارا است و تعداد عبارات منظم در $\{0,1\}^*$ نیز شمارا است.

۳) تعداد زبان‌های منظم در $\{0,1\}^*$ شمارا نیست ولی تعداد عبارات منظم در $\{0,1\}^*$ شمارا است.

۴) تعداد زبان‌های منظم در $\{0,1\}^*$ شمارا است ولی تعداد عبارات منظم در $\{0,1\}^*$ شمارا نیست.

تحقیق در عملیات (۱)

۲۲۱- مسأله روبه‌رو را در نظر بگیرید:

$$\max \quad x_0 = x_1$$
$$\text{s.t.} \quad 5x_1 + x_2 = 10$$
$$6x_1 + x_3 = 8$$
$$2x_1 + x_4 = 4$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

مقدار بهینه x_0 کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{3}{2}$

۴) $\frac{4}{3}$

۲۲۲- مسأله روبه‌رو را در نظر بگیرید:

$$\min \quad z = x_1 - x_2 - x_3$$
$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 = 1$$
$$x_1 - x_2 = -1$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

کدام گزینه در مورد این مسأله صحیح است؟

۱) نامتناهی (بی‌کران) است.

۲) ناشدنی است.

۳) جواب یکتا دارد.

۴) جواب بهینه چندگانه دارد.

۲۲۳- مسأله برنامه‌ریزی خطی (P) را در نظر بگیرید.

$$\min \quad z = c^T x$$
$$\text{s.t.} \quad Ax = b \qquad (P)$$
$$x \geq 0$$

فرض کنید z^* مقدار بهینه مسأله (P) است. یکی از قیدهای مسأله (P) را حذف کنید، و مسأله جدید را (P′) بنامید. کدام گزینه در مورد مسأله (P′) صحیح است؟

۱) می‌تواند ناشدنی باشد.

۲) می تواند نامتناهی باشد.

۳) جواب بهینه با مقدار بهینه نابیش‌تر از z^* دارد.

۴) جواب بهینه با مقدار بهینه ناکم‌تر از z^* دارد.

۲۲۴- مسأله روبه‌رو را در نظر بگیرید:

$$\min \quad x_0 = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5$$
$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1, x_2, \ldots, x_5 \geq 0$$

دوگان این مسأله ...

۱) نشدنی است.

۲) دارای جواب بهینه متناهی و تباهیده است.

۳) دارای جواب بهینه متناهی و چندگانه است.

۴) نامتناهی است.

۲۲۵- مسأله اولیه را به صورت (P) در نظر بگیرید،

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 = 1 \\ & ax_1 + ax_2 = -a \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \qquad (P)$$

که a یک اسکالر داده شده است. دوگان (P) را (D) بنامید. کدام گزینه صحیح است؟

۱) (D) نمی‌تواند نامتناهی باشد.
۲) (P) و (D) هر دو ناشدنی‌اند.
۳) (D) همواره شدنی است ولی (P) می‌تواند ناشدنی باشد.
۴) اگر $a = 0$، آن‌گاه (P) شدنی ولی (D) ناشدنی است.

۲۲۶- مسأله (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \min \quad & z = c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \qquad (P)$$

فرض کنید مسأله (P) جواب بهینه دارد. بردار c را به $\hat{c}$ تغییر دهید و مسأله جدید را (P′) بنامید. مسأله (D′) را دوگان (P′) بگیرید. کدام گزینه در مورد مسأله (D′) صحیح است؟

۱) جواب بهینه دارد.
۲) می‌تواندنامتناهی (بی‌کران) باشد.
۳) یا نامتناهی (بی‌کران) است یا جواب بهینه دارد.
۴) می‌تواندناشدنی باشد ولی نامتناهی (بی‌کران) نمی‌تواند باشد.

۲۲۷- جدول یک مسأله LP از نوع مینیمم سازی را در نظر بگیرید. در چه صورت جدول بعدی تباهیده خواهد بود؟

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
x_0				۲	۱	۱۳
x_1	۱	b	۰			۶
x_3	۰	۲	۱			c

۱) $b = c = 1$
۲) $bc = 12$
۳) $b = 6 \ , \ c = 6$
۴) $b = -1 \ , \ c = 2$

۲۲۸- مسأله اولیه (P) را به صورت

$$\begin{aligned} \min \quad & z = c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \qquad (P)$$

با $b \geq 0$ در نظر بگیرید. مسأله مرحله یک (فاز یک) مربوط به (P) به قرار زیر است:

$$\begin{aligned} \min \quad & w = \sum_{i=1}^{m} y_i \\ \text{s.t.} \quad & Ax + y = b \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned} \qquad (I)$$

فرض کنید در جدول سیمپلکس بهینه برای مسأله (I)، یک متغیر y_i در بین متغیرهای پایه‌ای حضور دارد. در این صورت، ... .

۱) (P) ناشدنی است
۲) (P) ناشدنی است اگر $b_i \neq 0$
۳) (P) می‌تواند شدنی یا ناشدنی باشد
۴) (I) و (P) هر دو ناشدنی‌اند

۲۲۹- مسأله (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید که در آن، $b \geq 0$. کدام گزینه برای (P) صحیح است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & z = c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \quad (P) \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

۱) بی‌کران است اگر $c \leq 0$.
۲) جواب بهینه برابر با صفر دارد.
۳) یا جواب بهینه دارد یا بی‌کران است.
۴) همواره بی‌کران است.

۲۳۰- مسأله (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید که در آن، $b \geq 0$. دوگان مسأله (P) را (D) بنامید. کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & u = b^T v \\ \text{s.t.} \quad & A^t v \geq c \quad (P) \\ & v \geq 0 \end{aligned}$$

۱) (D) همواره جواب بهینه متناهی دارد.
۲) (P) یا ناشدنی است یا جواب بهینه دارد.
۳) (D) می‌تواند ناشدنی باشد.
۴) (P) و (D) هر دو جواب بهینه دارند.

۲۳۱- فرض کنید A ، $m \times n$ و c، $n \times 1$ ، هستند. در این صورت، $A^T \lambda = c$ ، $\lambda \geq 0$ جواب دارد اگر و تنها اگر داشته باشیم ... .

۱) $Ax \leq 0 \Rightarrow c^T x \leq 0$
۲) $Ax \geq 0 \Rightarrow c^T x = 0$
۳) $Ax = 0 \Rightarrow c^T x \geq 0$
۴) $Ax \leq 0 \Rightarrow c^T x \geq 0$

۲۳۲- مسأله برنامه‌ریزی خطی (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید، که در آن $c > 0$. کدام گزینه برای مسأله (P) صحیح است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & z = c^T (x + y) \\ \text{s.t.} \quad & x + y \leq c \quad (P) \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

۱) جواب بهینه چندگانه دارد.
۲) نامتناهی است.
۳) می‌تواند ناشدنی باشد.
۴) جواب بهینه یکتا دارد.

۲۳۳- مسأله برنامه‌ریزی خطی را به صورت زیر در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & u = 0 \\ \text{s.t.} \quad & Av = b \quad (P) \\ & v \leq 0 \end{aligned}$$

۱) (P) جواب بهینه دارد.
۲) (D) جواب بهینه با مقدار بهینه برابر با صفر دارد.
۳) (D) ناشدنی است اگر و تنها اگر (P) ناشدنی باشد.
۴) (P) ناشدنی است اگر و تنها اگر (D) بی‌کران (نامتناهی) باشد.

۲۳۴- اگر دستگاه $A^T u \le c$ ، $u \le 0$ جواب داشته باشد، آن‌گاه کدام دستگاه جواب ندارد؟

۱) $c^T x \ne 0, x \ge 0 \ , \ Ax \le 0$

۲) $c^T x < 0, x \ge 0 \ , \ Ax \le 0$

۳) $c^T x < 0 , x \le 0 \ , \ Ax \le 0$

۴) $c^T x \ne 0, x \le 0 \ , \ Ax \le 0$

۲۳۵- مسأله (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{aligned} \max \quad & t = u_1 - u_2 \\ \text{s.t.} \quad & u_1 - u_2 = 1 \qquad (P) \\ & u_1 - u_2 = -1 \end{aligned}$$

۱) (D) بی‌کران (نامتناهی) است.

۲) (D) جواب بهینه (دارد.

۳) (D) ناشدنی است.

۴) (D) یا بی‌کران (نامتناهی) است یا جواب بهینه (متناهی) دارد.

۲۳۶- مسأله برنامه‌ریزی خطی به صورت روبه‌رو را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & C^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \ge b \\ & x \ge 0 \end{aligned}$$

فرض کنید درایه b_i به $b_i + 1$ تغییر داده شود. گزینه صحیح کدام است؟

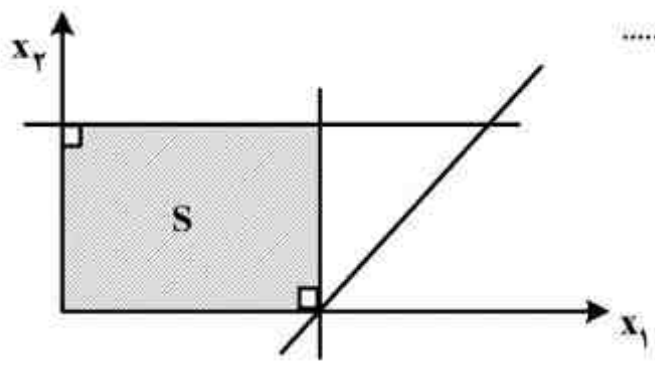
۱) ناحیه شدنی مسأله تغییر نمی‌کند.

۲) ناحیه شدنی مسأله جدید کوچک‌تر نمی‌شود.

۳) ناحیه شدنی مسأله جدید بزرگ‌تر نمی‌شود.

۴) جواب بهینه مسأله تغییر نمی‌کند.

۲۳۷- مجموعه S ناحیه شدنی یک مسأله برنامه‌ریزی خطی است که تابع هدف آن به صورت $\max x_1$ است. این مسأله جواب بهینه چندگانه ..... و جواب بهینه تبهگن .....



۱) دارد ـ دارد

۲) ندارد ـ ندارد

۳) دارد ـ ندارد

۴) ندارد ـ دارد

۲۳۸- جدول سیمپلکس زیر را در نظر بگیرید. تحت چه شرایطی ناحیه شدنی مسأله، مجموعه‌ای بی‌کران است ولی مسأله جواب بهینه دارد؟ (مسأله مینیمم سازی است.)

	z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	RHS
z	۱	α	۰	۰	۰	β	k	u
x_2	۰	α_1	۱	۰	۰	β_1	k_1	u_1
x_3	۰	α_2	۰	۱	۰	β_2	k_2	u_2
s_1	۰	α_3	۰	۰	۱	β_3	k_3	u_3

۱) $\alpha < 0$ و $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \le 0$

۲) $u > 0$ و $u_1, u_2, u_3 \le 0$

۳) $\alpha, \beta, k \le 0$ و $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \le 0$

۴) $\alpha > 0$ و $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \le 0$

۲۳۹- بخشی از یک جدول حمل و نقل داده شده است. این جدول به ازای $\alpha = ۰$ بهینه است. به ازای چه مقادیری از α جدول بهینه باقی خواهد ماند؟

	۴		$۱۸-\alpha$		$۱۰+\alpha$
۵۲					
	$۱۶-\alpha$		۲۴		$۱۶+۲\alpha$
۱۵		۲۲		۳۰	

۱) $۲ \le \alpha \le ۷$

۲) $\alpha \le ۳$

۳) $۰ \le \alpha \le ۴$

۴) $۱ \le \alpha \le ۵$

۲۴۰- در جدول زیر، اگر $h > ۰$ و $x_۲$ را وارد پایه کنیم، آن‌گاه مقدار تابع هدف چقدر تغییر می‌کند؟

	z	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	$x_۶$	RHS
z	۱	۰	u	۰	α	۰	-۲	$z_۰$
$x_۱$	۰	۱	۰	۰	$\alpha_۱$	۰	۱	β
$x_۳$	۰	۰	-۱	۱	$\alpha_۲$	۰	۱	k
$x_۵$	۰	۰	h	۰	$\alpha_۳$	۱	۲	e

۱) $-u$

۲) $-ue$

۳) $\frac{-ue}{z_۰}$

۴) $\frac{-ue}{h}$